Дисциплина: **Теория систем и системный анализ**

специальность: **информатики**

курс, группа: **1 к 1,2 г**

форма обучения: **заочная**

период проведения занятий: **02 июня 2020 г.**

вид занятий, кол-во часов: Консультация, 4 часа

преподаватель: **Астахов В.К.**

электронная почта преподавателя: **vadast@mail.ru**

**Литература:**

**Основная литература:**

1. Вдовин, В. М. Теория систем и системный анализ: учебник для бакалавров / В. М. Вдовин, Л. Е. Суркова, В. А. Валентинов. — 4-е изд. — М.: Дашков и К, 2019. — 644 c. — ISBN 978-5-394-03252-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/85234.html (дата обращения: 29.09.2019). — Режим доступа: для авторизир. пользователей (гриф МО)
2. Диязитдинова, А. Р. Общая теория систем и системный анализ / А. Р. Диязитдинова, И. Б. Кордонская. — Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 125 c. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/75394.html (дата обращения: 29.09.2019). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Яковлев, С. В. Теория систем и системный анализ: учебное пособие. Лабораторный практикум / С. В. Яковлев. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2014. — 178 c. — ISBN 978-509296-0720-2. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/63141.html (дата обращения: 29.09.2019). — Режим доступа: для авторизир. пользователей (гриф УМО)

**Дополнительная литература:**

1. Артюхин, Г. А. Теория систем и системный анализ. Практикум принятия решений : учебное пособие / Г. А. Артюхин. — Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 166 c. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/73321.html (дата обращения: 29.09.2019). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Клименко И.С. Теория систем и системный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Клименко И.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский новый университет, 2014.— 264 c.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/21322>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
3. Применение теории систем и системного анализа для развития теории инноваций [Электронный ресурс] / В. Н. Волкова, Э. А. Козловская, А. В. Логинова [и др.]; под ред. В. Н. Волкова, Э. А. Козловская. — Электрон. текстовые данные. — СПб.: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2013. — 352 c. — 978-5-7422-4185-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/43966.html>

## Интернет- ресурсы

1. Библиотека публикаций и форумы по разработке и применению информационных систем [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www. sql.ru
2. Библиотека публикаций по менеджменту, маркетингу и финансам [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www.cfin.ru
3. Библиотека публикаций по применению систем управления бизнес–процессами [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www. bpms.ru
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www.elibrary.ru/ defaultx.asp
5. Научная электронная библиотека IPRbooks.ru [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www. iprbooks.ru (по паролю)
6. Научная электронная онлайн-библиотека Порталус [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://www. portalus.ru
7. Управление ИТ. Библиотека и форум. [Электронный ресурс]: раздел Информационные технологии. — Электрон. дан. — Режим доступа: http://[www.osp.ru/itsm](http://www.osp.ru/itsm/)

**Задания по темам и датам**

| **дата, время**  **занятия** | **вид, тема**  **занятия** | **кол-во часов** | **вопросы для изучения и обсуждения** | **контрольные вопросы, задания** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 02.06.2020  14.05-15.35 | Консультация.  Темы 1-5  дисциплины | 2 | 1.Сущность системного подхода в науке и технике  2.Моделирование систем  3.Информационный подход к исследованию систем  4.Исследование систем с управлением  5.Принципы системного анализа | 1.Изучить представленный ниже материал и рекомендованную литературу.  (присылать материалы преподавателю для проверки НЕ НУЖНО) |
| 02.06.2020  15.35-17.15 | Консультация.  Темы 6-10 дисциплины | 2 | 1. Оценивание систем 2. Процедуры оценивания сложных систем 3. Проблема выбора в системном анализе 4. Базовая методика системного анализа 5. Системный анализ в организационном управлении | 1.Изучить представленный ниже материал и рекомендованную литературу.  2.Выполнить задания 1-6 (задачи 1-8), представленные ниже.  (присылать материалы преподавателю для проверки НЕ НУЖНО) |

Материал по дисциплине **Теория систем и системный анализ** для консультаций на 02.06.2020 г.

***Консультация №1***

**Лекция 1: Основные понятия теории систем**

Термины теория систем и системный анализ, несмотря на  период более 25 лет их использования, все еще не нашли общепринятого,   стандартного истолкования.

Причина этого факта заключается в динамичности процессов в области человеческой деятельности и в принципиальной возможности использовать системный подход практически в любой  решаемой человеком задаче.

Общая теория систем (ОТС) — научная дисциплина, изучающая самые фундаментальные понятия и аспекты систем. Она изучает различные явления, отвлекаясь от их конкретной природы и основываясь лишь на формальных взаимосвязях между различными составляющими их факторами и на характере их изменения под влиянием внешних условий, при этом результаты всех наблюдений объясняются лишь взаимодействием их компонентов, например характером их организации и функционирования, а не с помощью непосредственного обращения к природе вовлечённых в явления механизмов (будь они физическими, биологическими, экологическими, социологическими, или концептуальными)

Для ОТС объектом исследования является не «физическая реальность», а «система», т.е. абстрактная формальная взаимосвязь между основными признаками и свойствами.

При системном подходе объект исследования представляется как система. Само понятие система может быть относимо к одному из методологических понятий, поскольку рассмотрение объекта исследуется как система или отказ от такого рассмотрения зависит от задачи исследования и самого исследователя.

Существует много определений системы.

1. Система есть комплекс элементов, находящийся во взаимодействии.
2. Система — это множество объектов вместе с отношениями этих объектов.
3. Система — множество элементов находящихся в отношениях или связях друг с другом, образующая целостность или органическое единство (толковый словарь)

Термины «отношение» и «взаимодействие» используются в самом широком смысле, включая весь набор родственных понятий таких как ограничение, структура, организационная связь, соединение, зависимость и т.д.

Таким образом, система S представляет собой упорядоченную пару S=(A, R), где  A — множество элементов; R — множество отношений между A.

Система — это полный, целостный набор элементов (компонентов), взаимосвязанных и взаимодействующих между собой так, чтобы могла реализоваться функция системы.

Исследование объекта как системы предполагает использование ряда систем представлений (категорий) среди которых основными являются:

1. Структурное представление связано с выделением элементов системы и связей между ними.
2. Функциональные представление систем — выделение совокупности функций (целенаправленных действий) системы и её компонентов направленное на достижение определённой цели.
3. Макроскопическое представление — понимание системы как нерасчленимого целого, взаимодействующего с внешней средой.
4. Микроскопическое представление основано на рассмотрении системы как совокупности взаимосвязанных элементов. Оно предполагает раскрытие структуры системы.
5. Иерархическое представление основано на понятии подсистемы, получаемом при разложении (декомпозиции) системы, обладающей системными свойствами, которые следует отличать от её элемента — неделимого на более мелкие части (с точки зрения решаемой  задачи). Система может быть представлена в виду совокупностей подсистем различных уровней, составляющую системную иерархию, которая замыкается снизу только элементами.
6. Процессуальное представление предполагает понимание системного объекта как динамического объекта, характеризующегося последовательностью его состояний во времени.

Рассмотрим определения других понятий, тесно связанных с системой и ее характеристиками.

**Объект.**

Объектом познания является часть реального мира, которая выделяется и воспринимается как единое целое в течение длительного времени. Объект может быть материальным и абстрактным, естественным и искусственным. Реально объект обладает бесконечным набором свойств различной природы. Практически в процессе познания взаимодействие осуществляется с ограниченным множеством свойств, лежащих в приделах возможности их восприятия и необходимости для цели познания. Поэтому система как образ объекта задаётся на конечном множестве отобранных для наблюдения свойств.

**Внешняя среда.**

Понятие «система» возникает там и тогда, где и когда мы материально или умозрительно проводим замкнутую границу между неограниченным или некоторым ограниченным множеством элементов. Те элементы с их соответствующей взаимной обусловленностью, которые попадают внутрь, — образуют систему.

Те элементы, которые остались за пределами границы, образуют множество, называемое в теории систем «системным окружением» или просто «окружением», или «внешней средой».

Из этих рассуждений вытекает, что немыслимо рассматривать систему без ее внешней среды. Система формирует и проявляет свои свойства в процессе взаимодействия с окружением, являясь при этом ведущим компонентом этого воздействия.

В зависимости от воздействия на окружение и характер взаимодействия с другими системами функции систем можно расположить по возрастающему рангу следующим образом:

* пассивное существование;
* материал для других систем;
* обслуживание систем более высокого порядка;
* противостояние другим системам (выживание);
* поглощение других систем (экспансия);
* преобразование других систем и сред (активная роль).

Всякая система может рассматриваться, с одной стороны, как подсистема более высокого порядка (надсистемы), а с другой, как надсистема системы более низкого порядка (подсистема). Например, система «производственный цех» входит как подсистема в систему более высокого ранга — «фирма». В свою очередь, надсистема «фирма» может являться подсистемой «корпорации».

Обычно в качестве подсистем фигурирует более или менее  самостоятельные части систем, выделяемые по определённым признакам, обладающие относительной самостоятельностью, определённой степенью свободы.

**Компонент** — любая часть системы, вступающая в определённые отношения с другими частями (подсистемами, элементами).

**Элементом** системы является часть системы с однозначно определёнными свойствами, выполняющие определённые функции и не подлежащие дальнейшему разбиению в рамках решаемой задачи (с точки зрения исследователя).

Понятие элемент, подсистема, система взаимопреобразуемы, система может рассматриваться как элемент системы более высокого порядка (метасистема), а элемент при углубленном анализе, как система. То обстоятельство, что любая подсистема является одновременно и относительно самостоятельной системой приводит к 2 аспектам изучения систем: на макро- и микро- уровнях.

При изучение на макроуровне основное внимание уделяется взаимодействию системы с внешней средой. Причём системы более высокого уровня можно рассматривать как часть внешней среды. При таком подходе главными факторами являются целевая функция системы (цель), условия её функционирования. При этом элементы системы изучаются с точки зрения организации их в единое целое, влияние на функции системы в целом.

На микроуровне основными становятся внутренние характеристики системы, характер взаимодействия элементов между собой, их свойства и условия функционирования.

Для изучения системы сочетаются оба компонента.

**Структура системы.**

Под структурой системы понимается устойчивое множество отношений, которое сохраняется длительное время неизменным, по крайней мере в течение интервала наблюдения. Структура системы опережает определенный уровень сложности по составу отношений на множестве элементов системы или что эквивалентно, уровень разнообразий проявлений объекта.

**Связи** — это элементы, осуществляющие непосредственное взаимодействие между элементами (или подсистемами) системы, а также с элементами и подсистемами окружения.

Связь — одно из фундаментальных понятий в системном подходе. Система как единое целое существует именно благодаря наличию связей между ее элементами, т.е., иными словами, связи выражают законы функционирования системы. Связи различают по характеру взаимосвязи как прямые и обратные, а по виду проявления (описания) как детерминированные и вероятностные.

**Прямые  связи**  предназначены  для  заданной  функциональной передачи вещества, энергии, информации или их комбинаций — от одного элемента к другому в направлении основного процесса.

**Обратные связи**, в основном, выполняют осведомляющие функции, отражая изменение состояния системы в результате управляющего воздействия на нее. Открытие принципа обратной связи явилось выдающимся событием в развитии техники и имело исключительно важные последствия. Процессы управления, адаптации, саморегулирования, самоорганизации, развития невозможны без использования обратных связей.

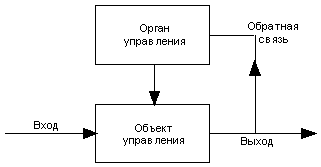


Рис. — Пример обратной связи

С помощью обратной связи сигнал (информация) с выхода системы (объекта управления) передается в орган управления. Здесь этот сигнал, содержащий информации о работе, выполненной объектом управления, сравнивается с сигналом, задающим содержание и объем работы (например, план). В случае возникновения рассогласования между фактическим и плановым состоянием работы принимаются меры по его устранению.

Основными функциями обратной связи являются:

1. противодействие тому, что делает сама система, когда она выходит за установленные пределы (например, реагирование на снижение качества);
2. компенсация возмущений и поддержание состояния устойчивого равновесия системы (например, неполадки в работе оборудования);
3. синтезирование внешних и внутренних возмущений, стремящихся вывести систему из состояния устойчивого равновесия, сведение этих возмущений к отклонениям одной или нескольких управляемых величин (например, выработка управляющих команд на одновременное появление нового конкурента и снижение качества выпускаемой продукции);
4. выработка управляющих воздействий на объект управления по плохо формализуемому закону. Например, установление более высокой цены на энергоносители вызывает в деятельности различных организаций сложные изменения, меняют конечные результаты их функционирования, требуют внесения изменений в производственно-хозяйственный процесс путем воздействий, которые невозможно описать с помощью аналитических выражений.

Нарушение обратных связей в социально-экономических системах по различным причинам ведет к тяжелым последствиям. Отдельные локальные системы утрачивают способность к эволюции и тонкому восприятию намечающихся новых тенденций, перспективному развитию и научно обоснованному прогнозированию своей деятельности на длительный период времени, эффективному приспособлению к постоянно меняющимся условиям внешней среды.

Особенностью социально-экономических систем является то обстоятельство, что не всегда удается четко выразить обратные связи, которые в них, как правило, длинные, проходят через целый ряд промежуточных звеньев, и четкий их просмотр затруднен. Сами управляемые величины нередко не поддаются ясному определению, и трудно установить множество ограничений, накладываемых на параметры управляемых величин. Не всегда известны также действительные причины выхода управляемых переменных за установленные пределы.

Детерминированная (жесткая) связь, как правило, однозначно определяет причину и следствие, дает четко обусловленную формулу взаимодействия элементов. Вероятностная (гибкая) связь определяет неявную, косвенную зависимость между элементами системы. Теория вероятности предлагает математический аппарат для исследования этих связей, называемый «корреляционными зависимостями».

**Критерии** — признаки, по которым производится оценка соответствия функционирования системы желаемому результату (цели) при заданных ограничениях.

**Эффективность системы** — соотношение между заданным (целевым) показателем результата функционирования системы и фактически реализованным.

**Функционирование** любой произвольно выбранной системы состоит в переработке входных (известных) параметров и известных параметров воздействия окружающей среды в значения выходных (неизвестных) параметров с учетом факторов обратной связи.

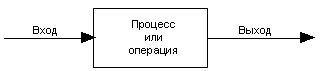


Рис. — Функционирование системы

**Вход** — все, что изменяется при протекании процесса (функционирования) системы.

**Выход** — результат конечного состояния процесса.

**Процессор** — перевод входа в выход.

Система осуществляет свою связь со средой следующим образом.

Вход данной системы является в то же время выходом предшествующей, а выход данной системы — входом последующей. Таким образом, вход и выход располагаются на границе системы и выполняют одновременно функции входа и выхода предшествующих и последующих систем.

Управление системой связано с понятиями прямой и обратной связи, ограничениями.

**Обратная связь** — предназначена для выполнения следующих операций:

* сравнение данных на входе с результатами на выходе с выявлением их качественно-количественного различия;
* оценка содержания и смысла различия;
* выработка решения, вытекающего из различия;
* воздействие на ввод.

**Ограничение** — обеспечивает соответствие между выходом системы и требованием к нему, как к входу в последующую систему — потребитель. Если заданное требование не выполняется, ограничение не пропускает его через себя. Ограничение, таким образом, играет роль согласования функционирования данной системы с целями (потребностями) потребителя.

Определение функционирования системы связано с понятием «проблемной ситуации», которая возникает, если имеется различие между необходимым (желаемым) выходом и существующим (реальным) входом.

**Проблема** — это разница между существующей и желаемой системами. Если этой разницы нет, то нет и проблемы.

Решить проблему — значит скорректировать старую систему или сконструировать новую, желаемую.

**Состоянием системы** называется совокупность существенных свойств, которыми система обладает в каждый момент времени.

### **Лекция 2: Системные свойства. Классификация систем**

#### Свойства систем.

Итак, состоянием системы называется совокупность существенных свойств, которыми система обладает в каждый момент времени.

Под свойством понимают сторону объекта, обуславливающую его отличие от других объектов или сходство с ними и проявляющуюся при взаимодействии с другими объектами.

Характеристика — то, что отражает некоторое свойство системы.

Какие свойства систем известны.

Из определения «системы» следует, что главным свойством системы является целостность, единство, достигаемое посредством определенных взаимосвязей и взаимодействий элементов системы и проявляющиеся в возникновении новых свойств, которыми элементы системы не обладают. Это свойство **эмерджентности** (от анг. emerge — возникать, появляться).

1. Эмерджентность — степень несводимости свойств системы к свойствам элементов, из которых она состоит.
2. Эмерджентность — свойство систем, обусловливающее появление новых свойств и качеств, не присущих элементам, входящих в состав системы.

Эмерджентность — принцип противоположный редукционизму, который утверждает, что целое можно изучать, расчленив его на части и затем, определяя их свойства, определить свойства целого.

Свойству эмерджентности близко свойство целостности системы. Однако их нельзя отождествлять.

**Целостность** системы означает, что каждый элемент системы вносит вклад в реализацию целевой функции системы.

Целостность и эмерджентность — интегративные свойства системы.

Наличие интегративных свойств является одной из важнейших черт системы. Целостность проявляется в том, что система обладает собственной закономерностью функциональности, собственной целью.

**Организованность** — сложное свойство систем, заключающиеся в наличие структуры и функционирования (поведения). Непременной принадлежностью систем является их компоненты, именно те структурные образования, из которых состоит целое и без чего оно не возможно.

**Функциональность** — это проявление определенных свойств (функций) при взаимодействии с внешней средой. Здесь же определяется цель (назначение системы) как желаемый конечный результат.

**Структурность** — это упорядоченность системы, определенный набор и расположение элементов со связями между ними. Между функцией и структурой системы существует взаимосвязь, как между философскими категориями содержанием и формой. Изменение содержания (функций) влечет за собой изменение формы (структуры), но и наоборот.

Важным свойством системы является наличие поведения — действия, изменений, функционирования и т.д.

Считается, что это поведение системы связано со средой (окружающей), т.е. с другими системами с которыми она входит в контакт или вступает в определенные взаимоотношения.

Процесс целенаправленного изменения во времени состояния системы называется **поведением**. В отличие от управления, когда изменение состояния системы достигается за счет внешних воздействий, поведение реализуется исключительно самой системой, исходя из собственных целей.

Поведение каждой системы объясняется структурой систем низшего порядка, из которых состоит данная система, и наличием признаков равновесия (гомеостаза). В соответствии с признаком равновесия система имеет определенное состояние (состояния), которое являются для нее предпочтительным. Поэтому поведение систем описывается в терминах восстановления этих состояний, когда они нарушаются в результате изменения окружающей среды.

Еще одним свойством является свойство роста (развития). Развитие можно рассматривать как составляющую часть поведения (при этом важнейшим).

Одним из первичных, а, следовательно, основополагающих атрибутов системного подхода является недопустимость рассмотрения объекта вне его **развития**, под которым понимается необратимое, направленное, закономерное изменение материи и сознания. В результате возникает новое качество или состояние объекта. Отождествление (может быть и не совсем строгое) терминов «развитие» и «движение» позволяет выразиться в таком смысле, что вне развития немыслимо существование материи, в данном случае — системы. Наивно представлять себе развитие, происходящее стихийно. В неоглядном множестве процессов, кажущихся на первый взгляд чем-то вроде броуновского (случайного, хаотичного) движения, при пристальном внимании и изучении вначале как бы проявляются контуры тенденций, а затем и довольно устойчивые закономерности. Эти закономерности по природе своей действуют объективно, т.е. не зависят от того, желаем ли мы их проявления или нет. Незнание законов и закономерностей развития — это блуждание в потемках.

*Кто не знает, в какую гавань он плывет, для того нет попутного ветра*

Сенека

Поведение системы определяется характером реакции на внешние воздействия.

Фундаментальным свойством систем является **устойчивость**, т.е. способность системы противостоять внешним возмущающим воздействиям. От нее зависит продолжительность жизни системы.

Простые системы имеют пассивные формы устойчивости: прочность, сбалансированность, регулируемость, гомеостаз. А для сложных определяющими являются активные формы: надежность, живучесть и адаптируемость.

Если перечисленные формы устойчивости простых систем (кроме прочности) касается их поведения, то определяющая форма устойчивости сложных систем носят в основном структурный характер.

**Надежность** — свойство сохранения структуры систем, несмотря на гибель отдельных ее элементов с помощью их замены или дублирования, а **живучесть** — как активное подавление вредных качеств. Таким образом, надежность является более пассивной формой, чем живучесть.

**Адаптируемость** — свойство изменять поведение или структуру с целью сохранения, улучшения или приобретение новых качеств в условиях изменения внешней среды. Обязательным условием возможности адаптации является наличие обратных связей.

Всякая реальная система существует в среде. Связь между ними бывает настолько тесной, что определять границу между ними становится сложно. Поэтому выделение системы из среды связано с той или иной степенью идеализации.

Можно выделить два аспекта взаимодействия:

* во многих случаях принимает характер обмена между системой и средой (веществом, энергией, информацией);
* среда обычно является источником неопределенности для систем.

Воздействие среды может быть пассивным либо активным (антогонистическим, целенаправленно противодействующее системе).

Поэтому в общем случае среду следует рассматривать не только безразличную, но и антогонистическую по отношению к исследуемой системе.

#### Классификация систем

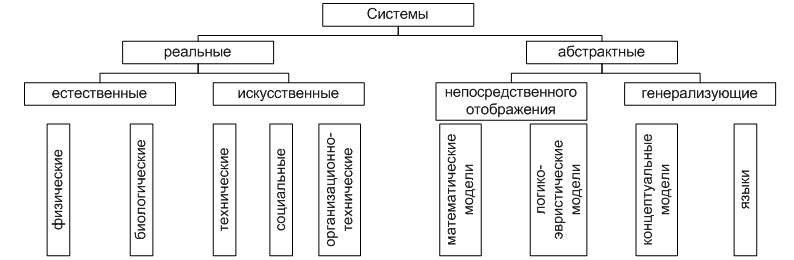


Рис. — Классификация систем

|  |  |
| --- | --- |
| **Основание (критерий) классификации** | **Классы систем** |
| По взаимодействию с внешней средой | Открытые Закрытые Комбинированные |
| По структуре | Простые Сложные Большие |
| По характеру функций | Специализированные Многофункциональные (универсальные) |
| По характеру развития | Стабильные Развивающиеся |
| По степени организованности | Хорошо организованные Плохо организованные (диффузные) |
| По сложности поведения | Автоматические Решающие Самоорганизующиеся Предвидящие Превращающиеся |
| По характеру связи между элементами | Детерминированные Стохастические |
| По характеру структуры управления | Централизованные Децентрализованные |
| По назначению | Производящие Управляющие Обслуживающие |

**Классификацией** называется разбиение на классы по наиболее существенным признакам. Под классом понимается совокупность объектов, обладающие некоторыми признаками общности. Признак (или совокупность признаков) является основанием (критерием) классификации.

Система может быть охарактеризована одним или несколькими признаками и соответственно ей может быть найдено место в различных классификациях, каждая из которых может быть полезной при выборе методологии исследования. Обычно цель классификации ограничить выбор подходов к отображению систем, выработать язык описания, подходящий для соответствующего класса.

По содержанию различают реальные (материальные), объективно существующие, и абстрактные (концептуальные, идеальные), являющиеся продуктом мышления.

Реальные системы делятся на естественные (природные системы) и искусственные (антропогенные).

Естественные системы: системы неживой (физические, химические) и живой (биологические) природы.

Искусственные системы: создаются человечеством для своих нужд или образуются в результате целенаправленных усилий.

Искусственные делятся на технические (технико-экономические) и социальные (общественные).

Техническая система спроектирована и изготовлена человеком в определенных целях.

К социальным системам относятся различные системы человеческого общества.

Выделение систем, состоящих из одних только технических устройств почти всегда условно, поскольку они не способны вырабатывать свое состояние. Эти системы выступают как части более крупных, включающие людей — организационно-технических систем.

Организационная система, для эффективного функционирование которой существенным фактором является способ организации взаимодействия людей с технической подсистемой, называется человеко-машинной системой.

Примеры человеко-машинных систем: автомобиль — водитель; самолет — летчик; ЭВМ — пользователь и т.д.

Таким образом, под техническими системами понимают единую конструктивную совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих объектов, предназначенная для целенаправленных действий с задачей достижения в процессе функционирования заданного результата.

Отличительными признаками технических систем по сравнению с произвольной совокупностью объектов или по сравнению с отдельными элементами является конструктивность (практическая осуществляемость отношений между элементами), ориентированность и взаимосвязанность составных элементов и целенаправленность.

Для того чтобы система была устойчивой к воздействию внешних влияний, она должна иметь устойчивую структуру. Выбор структуры практически определяет технический облик как всей системы, так ее подсистем, и элементов. Вопрос о целесообразности применения той или иной структуры должен решаться исходя из конкретного назначения системы. От структуры зависит также способность системы к перераспределению функций в случае полного или частичного отхода отдельных элементов, а, следовательно, надежность и живучесть системы при заданных характеристиках ее элементов.

Абстрактные системы являются результатом отражения действительности (реальных систем) в мозге человека.

Их настроение — необходимая ступень обеспечения эффективного взаимодействия человека с окружающим миром. Абстрактные (идеальные) системы объективны по источнику происхождения, поскольку их первоисточником является объективно существующая действительность.

Абстрактные системы разделяют на системы непосредственного отображения (отражающие определенные аспекты реальных систем) и системы генерализирующего (обобщающего) отображения. К первым относятся математические и эвристические модели, а ко вторым — концептуальные системы (теории методологического построения) и языки.

На основе понятия внешней среды системы разделяются на: открытые, закрытые (замкнутые, изолированные) и комбинированные. Деление систем на открытые и закрытые связано с их характерными признаками: возможность сохранения свойств при наличии внешних воздействий. Если система нечувствительна к внешним воздействиям ее можно считать закрытой. В противном случае — открытой.

Открытой называется система, которая взаимодействует с окружающей средой. Все реальные системы являются открытыми. Открытая система является частью более общей системы или нескольких систем. Если вычленить из этого образования собственно рассматриваемую систему, то оставшаяся часть — ее среда.

Открытая система связана со средой определенными коммуникациями, то есть сетью внешних связей системы. Выделение внешних связей и описание механизмов взаимодействия «система-среда» является центральной задачей теории открытых систем. Рассмотрение открытых систем позволяет расширить понятие структуры системы. Для открытых систем оно включает не только внутренние связи между элементами, но и внешние связи со средой. При описании структуры внешние коммуникационные каналы стараются разделить на входные (по которым среда воздействует на систему) и выходные (наоборот). Совокупность элементов этих каналов, принадлежащих собственной системе называются входными и выходными полюсами системы. У открытых систем, по крайней мере, один элемент имеет связь с внешней средой, по меньшей мере, один входной полюс и один выходной, которыми она связана с внешней средой.

Для каждой системы связи со всеми подчиненными ей подсистемами и между последним, являются внутренними, а все остальные — внешними. Связи между системами и внешней средой также, как и между элементами системы, носят, как правило, направленный характер.

Важно подчеркнуть, что в любой реальной системе в силу законов диалектики о всеобщей связи явлений число всех взаимосвязей огромно, так что учесть и исследования абсолютно все связи невозможно, поэтому их число искусственно ограничивают. Вместе с тем, учитывать все возможные связи нецелесообразно, так как среди них есть много несущественных, практически не влияющих на функционирование системы и количество полученных решений (с точки зрения решаемых задач). Если изменение характеристик связи, ее исключение (полный разрыв) приводят к значительному ухудшению работы системы, снижению эффективности, то такая связь — существенна. Одна из важнейших задач исследователя — выделить существенные для рассмотрения системы в условиях решаемой задачи связи и отделить их от несущественных. В связи с тем, что входные и выходные полюса системы не всегда удается четко выделить, приходится прибегать к определенной идеализации действий. Наибольшая идеализация имеет место при рассмотрении закрытой системы.

Закрытой называется система, которая не взаимодействует со средой или взаимодействует со средой строго определенным образом. В первом случае предполагается, что система не имеет входных полюсов, а во втором, что входные полюса есть, но воздействие среды носит неизменный характер и полностью (заранее) известно. Очевидно, что при последнем предположении указанные воздействия могут быть отнесены собственно к системе, и ее можно рассматривать, как закрытую. Для закрытой системы, любой ее элемент имеет связи только с элементами самой системы.

Разумеется, закрытые системы представляют собой некоторую абстракцию реальной ситуации, так как, строго говоря, изолированных систем не существует. Однако, очевидно, что упрощение описания системы, заключаются в отказе от внешних связей, может привести к полезным результатам, упростить исследование системы. Все реальные системы тесно или слабо связаны с внешней средой — открытые. Если временный разрыв или изменение характерных внешних связей не вызывает отклонения в функционировании системы сверх установленных заранее пределов, то система связана с внешней средой слабо. В противном случае — тесно.

Комбинированные системы содержат открытые и закрытые подсистемы. Наличие комбинированных систем свидетельствует о сложной комбинации открытой и закрытой подсистем.

В зависимости от структуры и пространственно-временных свойств системы делятся на простые, сложные и большие.

Простые — системы, не имеющие разветвленных структур, состоящие из небольшого количества взаимосвязей и небольшого количества элементов. Такие элементы служат для выполнения простейших функций, в них нельзя выделить иерархические уровни. Отличительной особенностью простых систем является детерминированность (четкая определенность) номенклатуры, числа элементов и связей как внутри системы, так и со средой.

Сложные — характеризуются большим числом элементов и внутренних связей, их неоднородностью и разнокачественностью, структурным разнообразием, выполняют сложную функцию или ряд функций. Компоненты сложных систем могут рассматриваться как подсистемы, каждая из которых может быть детализирована еще более простыми подсистемами и т.д. до тех пор, пока не будет получен элемент.

Определение N1: система называется сложной (с гносеологических позиций), если ее познание требует совместного привлечения многих моделей теорий, а в некоторых случаях многих научных дисциплин, а также учета неопределенности вероятностного и невероятностного характера. Наиболее характерным проявлением этого определения является многомодельность.

**Модель** — некоторая система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе. Это описание систем (математическое, вербальное и т.д.) отображающее определенную группу ее свойств.

Определение N2: систему называют сложной если в реальной действительности рельефно (существенно) проявляются признаки ее сложности. А именно:

1. структурная сложность — определяется по числу элементов системы, числу и разнообразию типов связей между ними, количеству иерархических уровней и общему числу подсистем системы. Основными типами считаются следующие виды связей: структурные (в том числе, иерархические), функциональные, каузальные (причинно-следственные), информационные, пространственно-временные;
2. сложность функционирования (поведения) — определяется характеристиками множества состояний, правилами перехода из состояния в состояние, воздействие системы на среду и среды на систему, степенью неопределенности перечисленных характеристик и правил;
3. сложность выбора поведения — в многоальтернативных ситуациях, когда выбор поведения определяется целью системы, гибкостью реакций на заранее неизвестные воздействия среды;
4. сложность развития — определяемая характеристиками эволюционных или скачкообразных процессов.

Естественно, что все признаки рассматриваются во взаимосвязи. Иерархическое построение — характерный признак сложных систем, при этом уровни иерархии могут быть как однородные, так и неоднородные. Для сложных систем присущи такие факторы, как невозможность предсказать их поведение, то есть слабо предсказуемость, их скрытность, разнообразные состояния.

Сложные системы можно подразделить на следующие факторные подсистемы:

1. решающую, которая принимает глобальные решения во взаимодействии с внешней средой и распределяет локальные задания между всеми другим подсистемами;
2. информационную, которая обеспечивает сбор, переработку и передачу информации, необходимой для принятия глобальных решений и выполнения локальны задач;
3. управляющую для реализации глобальных решений;
4. гомеостазную, поддерживающую динамическое равновесие внутри систем и регулирующую потоки энергии и вещества в подсистемах;
5. адаптивную, накапливающую опыт в процессе обучения для улучшения структуры и функций системы.

Большой системой называют систему, ненаблюдаемую одновременно с позиции одного наблюдателя во времени или в пространстве, для которой существенен пространственный фактор, число подсистем которой очень велико, а состав разнороден.

Система может быть и большой и сложной. Сложные системы объединяет более обширную группу систем, то есть большие — подкласс сложных систем.

Основополагающими при анализе и синтезе больших и сложных систем являются процедуры декомпозиции и агрегирования.

Декомпозиция — разделение систем на части, с последующим самостоятельным рассмотрением отдельных частей.

Очевидно, что декомпозиция представляют собой понятие, связанное с моделью, так как сама система не может быть расчленена без нарушений свойств. На уровне моделирования, разрозненные связи заменятся соответственно эквивалентами, либо модели систем строится так, что разложение ее на отдельные части при этом оказывается естественным.

Применительно к большим и сложным системам декомпозиция является мощным инструментом исследования.

Агрегирование является понятием, противоположным декомпозиции. В процессе исследования возникает необходимость объединения элементов системы с целью рассмотреть ее с более общих позиций.

Декомпозиция и агрегирование представляют собой две противоположные стороны подхода к рассмотрению больших и сложных систем, применяемые в диалектическом единстве.

Системы, для которых состояние системы однозначно определяется начальными значениями и может быть предсказано для любого последующего момента времени, называются детерминированными.

Стохастические системы — системы, изменения в которых носят случайный характер. При случайных воздействиях данных о состоянии системы недостаточно для предсказания в последующий момент времени.

По степени организованности: хорошо организованные, плохо организованные (диффузные).

Представить анализируемый объект или процесс в виде хорошо организованной системы означает определить элементы системы, их взаимосвязь, правила объединения в более крупные компоненты. Проблемная ситуация может быть описана в виде математического выражения. Решение задачи при представлении ее в виде хорошо организованной системы осуществляется аналитическими методами формализованного представления системы.

Примеры хорошо организованных систем: солнечная система, описывающая наиболее существенные закономерности движения планет вокруг Солнца; отображение атома в виде планетарной системы, состоящей из ядра и электронов; описание работы сложного электронного устройства с помощью системы уравнений, учитывающей особенности условий его работы (наличие шумов, нестабильности источников питания и т. п.).

Описание объекта в виде хорошо организованной системы применяется в тех случаях, когда можно предложить детерминированное описание и экспериментально доказать правомерность его применения, адекватность модели реальному процессу. Попытки применить класс хорошо организованных систем для представления сложных многокомпонентных объектов или многокритериальных задач плохо удаются: они требуют недопустимо больших затрат времени, практически нереализуемы и неадекватны применяемым моделям.

Плохо организованные системы. При представлении объекта в виде плохо организованной или диффузной системы не ставится задача определить все учитываемые компоненты, их свойства и связи между ними и целями системы. Система характеризуется некоторым набором макропараметров и закономерностями, которые находятся на основе исследования не всего объекта или класса явлений, а на основе определенной с помощью некоторых правил выборки компонентов, характеризующих исследуемый объект или процесс. На основе такого выборочного исследования получают характеристики или закономерности (статистические, экономические) и распространяют их на всю систему в целом. При этом делаются соответствующие оговорки. Например, при получении статистических закономерностей их распространяют на поведение всей системы с некоторой доверительной вероятностью.

Подход к отображению объектов в виде диффузных систем широко применяется при: описании систем массового обслуживания, определении численности штатов на предприятиях и учреждениях, исследовании документальных потоков информации в системах управления и т. д.

С точки зрения характера функций различаются специальные, многофункциональные, и универсальные системы.

Для специальных систем характерна единственность назначения и узкая профессиональная специализация обслуживающего персонала (сравнительно несложная).

Многофункциональные системы позволяют реализовать на одной и той же структуре несколько функций. Пример: производственная система, обеспечивающая выпуск различной продукции в пределах определенной номенклатуры.

Для универсальных систем: реализуется множество действий на одной и той же структуре, однако состав функций по виду и количеству менее однороден (менее определен ). Например, комбайн.

По характеру развития 2 класса систем: стабильные и развивающиеся.

У стабильной системы структура и функции практически не изменяются в течение всего периода ее существования и, как правило, качество функционирования стабильных систем по мере изнашивания их элементов только ухудшается. Восстановительные мероприятия обычно могут лишь снизить темп ухудшения.

Отличной особенностью развивающихся систем является то, что с течением времени их структура и функции приобретают существенные изменения. Функции системы более постоянны, хотя часто и они видоизменяются. Практически неизменными остается лишь их назначение. Развивающиеся системы имеют более высокую сложность.

В порядке усложнения поведения: автоматические, решающие, самоорганизующиеся, предвидящие, превращающиеся.

Автоматические: однозначно реагируют на ограниченный набор внешних воздействий, внутренняя их организация приспособлена к переходу в равновесное состояние при выводе из него (гомеостаз).

Решающие: имеют постоянные критерии различения их постоянной реакции на широкие классы внешних воздействий. Постоянство внутренней структуры поддерживается заменой вышедших из строя элементов.

Самоорганизующиеся: имеют гибкие критерии различения и гибкие реакции на внешние воздействия, приспосабливающиеся к различным типам воздействия. Устойчивость внутренней структуры высших форм таких систем обеспечивается постоянным самовоспроизводством.

Самоорганизующиеся системы обладают признаками диффузных систем: стохастичностью поведения, нестационарностью отдельных параметров и процессов. К этому добавляются такие признаки, как непредсказуемость поведения; способность адаптироваться к изменяющимся условиям среды, изменять структуру при взаимодействии системы со средой, сохраняя при этом свойства целостности; способность формировать возможные варианты поведения и выбирать из них наилучший и др. Иногда этот класс разбивают на подклассы, выделяя адаптивные или самоприспосабливающиеся системы, самовосстанавливающиеся, самовоспроизводящиеся и другие подклассы, соответствующие различным свойствам развивающихся систем.

Примеры: биологические организации, коллективное поведение людей, организация управления на уровне предприятия, отрасли, государства в целом, т.е. в тех системах, где обязательно имеется человеческий фактор.

Если устойчивость по своей сложности начинает превосходить сложные воздействия внешнего мира — это предвидящие системы: она может предвидеть дальнейший ход взаимодействия.

Превращающиеся — это воображаемые сложные системы на высшем уровне сложности, не связанные постоянством существующих носителей. Они могут менять вещественные носители, сохраняя свою индивидуальность. Науке примеры таких систем пока не известны.

Систему можно разделить на виды по признакам структуры их построения и значимости той роли, которую играют в них отдельные составные части в сравнение с ролями других частей.

В некоторых системах одной из частей может принадлежать доминирующая роль (ее значимость >> (символ отношения «значительного превосходства») значимость других частей). Такой компонент — будет выступать как центральный, определяющий функционирование всей системы. Такие системы называют централизованными.

В других системах все составляющие их компоненты примерно одинаково значимы. Структурно они расположены не вокруг некоторого централизованного компонента, а взаимосвязаны последовательно или параллельно и имеют примерно одинаковые значения для функционирования системы. Это децентрализованные системы.

Системы можно классифицировать по назначению. Среди технических и организационных систем выделяют: производящие, управляющие, обслуживающие.

В производящих системах реализуются процессы получения некоторых продуктов или услуг. Они в свою очередь делятся на вещественно-энергетические, в которых осуществляется преобразование природной среды или сырья в конечный продукт вещественной или энергетической природы, либо транспортирование такого рода продуктов; и информационные — для сбора, передачи и преобразования информации и предоставление информационных услуг.

Назначение управляющих систем — организация и управление вещественно-энергетическими и информационными процессами.

Обслуживающие системы занимаются поддержкой заданных пределов работоспособности производящих и управляющих систем.

### **Лекция 3. Принципы и закономерности исследования и моделирования систем**

#### Закономерности взаимодействия части и целого

**Целостность/эмерджентность**

Закономерность целостности/ эмерджентности проявляется в системе в появлении у нее новых свойств, отсутствующих у элементов.

Для того чтобы глубже понять закономерность целостности, необходимо, прежде всего, учитывать две ее стороны:

1. свойства системы (целого) Qs не является простой суммой свойств составляющих ее элементов (частей):

Qs ≠ ∑Qi

1. свойства системы (целого) зависят от свойств составляющих ее элементов (частей):

Qs = f(qi)

Кроме этих двух основных сторон, следует иметь в виду, что объединенные в систему элементы, как правило, утрачивают часть своих свойств, присущих им вне системы, т.е. система как бы подавляет ряд свойств элементов. Но, с другой стороны, элементы, попав в систему, могут приобрести новые свойства.

Обратимся к закономерности, двойственной по отношению к закономерности целостности. Ее называют физической аддитивностью, независимостью, суммативностью, обособленностью. Свойство физической аддитивности проявляются у системы, как бы распавшейся на независимые элементы; тогда становится справедливым

Qs = ∑Qi

В этом крайнем случае и говорить о системе уже нельзя.

Рассмотрим промежуточные варианты — две сопряженные закономерности, которые можно назвать прогрессирующей факторизацией — стремлением системы к состоянию с все более независимыми элементами, и прогрессирующей систематизацией — стремлением системы к уменьшению самостоятельности элементов, т. е. к большей целостности.

**Интегративность**

Этот термин часто употребляется как синоним целостности. Однако некоторые исследователи выделяют эту закономерность как самостоятельную, стремясь подчеркнуть интерес не к внешним факторам проявления целостности, а к более глубоким причинам, обусловливающим возникновение этого свойства, к факторам, обеспечивающим сохранение целостности.

Интегративными называют системообразующие, системосохраняющие факторы, в числе которых важную роль играют неоднородность и противоречивость элементов (исследуемые большинством философов), с одной стороны, и стремление их вступать в коалиции — с другой.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Закономерности взаимодействия части и целого** | **Степень целостности α** | **Коэффициент использования элементов β** |
| **Целостность/эмерджентность** | 1 | 0 |
| **Прогрессирующая систематизация** | α > β | |
| **Прогрессирующая факторизация** | α < β | |
| **Аддитивность (суммативность)** | 0 | 1 |

#### Закономерности иерархической упорядоченности систем

Эта группа закономерностей характеризует и взаимодействие системы с ее окружением — со средой (значимой или существенной для системы), надсистемой, подчиненными системами.

**Коммуникативность**

Эта закономерность составляет основу определения системы, где система не изолирована от других систем, она связана множеством коммуникаций со средой, представляющей собой, в свою очередь, сложное и неоднородное образование, содержащее надсистему (метасистему — систему более высокого порядка, задающую требования и ограничения исследуемой системе), подсистемы (нижележащие, подведомственные системы), и системы одного уровня с рассматриваемой.

Такое сложное единство со средой названо закономерностью коммуникативности, которая, в свою очередь легко помогает перейти к иерархичности как закономерности построения всего мира и любой выделенной из него системы.

**Иерархичность**

Закономерности иерархичности или иерархической упорядоченности были в числе первых закономерностей теории систем, которые выделил и исследовал Л. фон. Берталанфи.

Необходимо учитывать не только внешнюю структурную сторону иерархии, но и функциональные взаимоотношения между уровнями. Например, в биологических организациях более высокий иерархический уровень оказывает направляющее воздействие на нижележащий уровень, подчиненный ему, и это воздействие проявляется в том, что подчиненные члены иерархии приобретают новые свойства, отсутствовавшие у них в изолированном состоянии (подтверждение положения о влиянии целого на элементы, приведенного выше), а в результате появления этих новых свойств формируется новый, другой «облик целого» (влияние свойств элементов на целое). Возникшее таким образом новое целое приобретает способность осуществлять новые функции, в чем и состоит цель образования иерархий.

Выделим основные особенности иерархической упорядоченности с точки зрения полезности их использования в качестве моделей системного анализа:

1. В силу закономерности коммуникативности, которая проявляется не только между выделенной системой и ее окружением, но и между уровнями иерархии исследуемой системы, каждый уровень иерархической упорядоченности имеет сложные взаимоотношения с вышестоящим и нижележащим уровнями. По метафорической формулировке, каждый уровень иерархии обладает свойством «двуликого Януса»: «лик», направленный в сторону нижележащего уровня, имеет характер автономного целого (системы), а «лик», направленный к узлу (вершине) вышестоящего уровня, проявляет свойства зависимой части (элемента вышестоящей системы). Эта конкретизация закономерности иерархичности объясняет неоднозначность использования в сложных организационных системах понятий «система» и «подсистема», «цель» и «средство» (элемент каждого уровня иерархической структуры целей выступает как цель по отношению к нижележащим и как «подцель», а начиная с некоторого уровня, и как «средство» по отношению к вышестоящей цели), что часто наблюдается в реальных условиях и приводит к некорректным терминологическим спорам.
2. Важнейшая особенность иерархической упорядоченности как закономерности заключается в том, что закономерность целостности/эмерджентности (т.е. качественные изменения свойств компонентов более высокого уровня по сравнению с объединяемыми компонентами нижележащего) проявляется в ней на каждом уровне иерархии. При этом объединение элементов в каждом узле иерархической структуры приводит не только к появлению новых свойств у узла и утрате объединяемыми компонентами свободы проявления некоторых своих свойств, но и к тому, что каждый подчиненный член иерархии приобретает новые свойства, отсутствовавшие у него в изолированном состоянии.

#### Закономерности осуществимости систем.

Проблема осуществимости систем является наименее исследованной. Рассмотрим некоторые из закономерностей, помогающие понять эту проблему и учитывать ее при определении принципов проектирования и организации функционирования систем управления.

**Эквифинальность**

Эта закономерность характеризует как бы предельные возможности системы. Л. фон Берталанфи, предложивший этот термин, определил эквифинальность как «способность в отличие от состояния равновесия в закрытых системах, полностью детерминированных начальными условиями,...достигать не зависящего от времени состояния, которое не зависит от ее начальных условий и определяется исключительно параметрами системы».

В соответствии с данной закономерностью система может достигнуть требуемого конечного состояния, не зависящего от времени и определяемого исключительно собственными характеристиками системы при различных начальных условиях и различными путями. Это форма устойчивости по отношению к начальным и граничным условиям.

**Закон «необходимого разнообразия»**

На необходимость учитывать предельную осуществимость системы при создании впервые в теории систем обратил внимание У.Р. Эшби. Он сформулировал закономерность, известную под названием закон «необходимого разнообразия».

Для задач принятия решений наиболее важным является одно из следствий этой закономерности, которое можно упрощенно пояснить на следующем примере.

Когда исследователь (ЛПР — лицо, принимающее решение, наблюдатель) N сталкивается с проблемой D, решение которой для него неочевидно, то имеет место некоторое разнообразие возможных решений Vd. Этому разнообразию противостоит разнообразие мыслей исследователя (наблюдателя) Vn. Задача исследователя заключается в том, чтобы свести разнообразие Vd — Vn к минимуму, в идеале — к 0.

Эшби доказал теорему, на основе которой формулируется следующий вывод: «Если Vd дано постоянное значение, то Vd — Vn может быть уменьшено лишь за счет соответствующего роста Vn. только разнообразие в N может уменьшить разнообразие, создаваемое в D; только разнообразие может уничтожить разнообразие».

Применительно к системам управления закон «необходимого разнообразия» может быть сформулирован следующим образом: разнообразие управляющей системы (системы управления) Vsu должно быть больше (или, по крайней мере, равно) разнообразию управляемого объекта Vou:

Vsu > Vou.

Возможны следующие пути совершенствования управления при усложнении производственных процессов:

1. увеличение Vsu, что может быть достигнуто путем роста численности аппарата управления, повышения его квалификации, механизации и автоматизации управленческих работ;
2. уменьшение Vou, за счет установления более четких и определенных правил поведения компонентов системы: унификация, стандартизация, типизация, введение поточного производства, сокращение номенклатуры деталей, узлов, технологической оснастки и т.п.;
3. снижение уровня требований к управлению, т.е. сокращение числа постоянно контролируемых и регулируемых параметров управляемой системы;
4. самоорганизация объектов управления путем ограничения контролируемых параметров с помощью создания саморегулирующихся подразделений (цехов, участков с замкнутым циклом производства, с относительной самостоятельностью и ограничением вмешательства централизованных органов управления предприятием и т.п.).

#### Закономерности развития систем

В последнее время все больше начинает осознаваться необходимость учета при моделировании систем принципов их изменения во времени, для понимания которых могут помочь рассматриваемые ниже закономерности.

**Историчность**

Хотя, казалось бы, очевидно, что любая система не может быть неизменной, что она не только возникает, функционирует, развивается, но и погибает, и каждый легко может привести примеры становления, расцвета, упадка (старения) и даже смерти (гибели) биологических и социальных систем, все же для конкретных случаев развития организационных систем и сложных технических комплексов трудно определить эти периоды. Не всегда руководители организаций и конструкторы технических систем учитывают, что время является непременной характеристикой системы, что каждая система подчиняется закономерности историчности, и что эта закономерность — такая же объективная, как целостность, иерархическая упорядоченность и др.

При этом закономерность историчности можно учитывать не только пассивно, фиксируя старение, но и использовать для предупреждения «смерти» системы, разрабатывая «механизмы» реконструкции, реорганизации системы для сохранения ее в новом качестве.

**Закономерность самоорганизации**

В числе основных особенностей самоорганизующихся систем с активными элементами названы способность противостоять энтропийным (энтропия в данном случае — степень неопределенности, непредсказуемости состояния системы и внешней среды) тенденциям, способность адаптироваться к изменяющимся условиям, преобразуя при необходимости свою структуру и т.п. В основе этих внешне проявляющихся способностей лежит более глубокая закономерность, базирующаяся на сочетании в любой реальной развивающейся системе двух противоречивых тенденций: с одной стороны, для всех явлений, в том числе и для развивающихся, открытых систем справедлив второй закон термодинамики («второе начало»), т.е. стремление к возрастанию энтропии; а с другой стороны, наблюдаются негэнтропийные (противоположные энтропийным) тенденции, лежащие в основе эволюции.

Важные результаты в понимании закономерности самоорганизации получены в исследованиях, которые относят к развивающейся науке, называемой синергетикой.

**Синергетикой** называют междисциплинарное научное направление, изучающее универсальные закономерности процессов самоорганизации, эволюции и кооперации. Ее цель состоит в построении общей теории сложных систем, обладающих особыми свойствами. В отличие от простых, сложные системы имеют следующие основные характеристики:

* множество неоднородных компонентов;
* активность (целенаправленность) компонентов;
* множество различных, параллельно проявляющихся взаимосвязей между компонентами;
* семиотическая (слабоформализуемая) природа взаимосвязей;
* кооперативное поведение компонентов;
* открытость;
* распределенность;
* динамичность, обучаемость, эволюционный потенциал;
* неопределенность параметров среды.

Особое место в синергетике занимают вопросы спонтанного образования упорядоченных структур различной природы в процессах взаимодействия, когда исходные системы находятся в неустойчивых состояниях. Следуя ученому И.Пригожину, ее можно кратко охарактеризовать как «комплекс наук о возникающих системах».

Согласно синергетическим моделям, эволюция системы сводится к последовательности неравновесных фазовых переходов. Принцип развития формулируется как последовательное прохождение критических областей (точек бифуркаций (раздвоения, разветвления)). Вблизи точек бифуркации наблюдается резкое усиление флуктуации (от лат. fluctuatio — колебание, отклонение). Выбор, по которому пойдет развитие после бифуркации, определяется в момент неустойчивости. Поэтому зона бифуркации характеризуется принципиальной непредсказуемостью — неизвестно, станет ли дальнейшее развитие системы хаотическим или родится новая, более упорядоченная структура. Здесь резко возрастает роль неопределенности: случайность на входе в неравновесной ситуации может дать на выходе катастрофические последствия. В то же время, сама возможность спонтанного возникновения порядка из хаоса — важнейший момент процесса самоорганизации в сложной системе.

Главные принципы синергетического подхода в современной науке таковы:

1. **Принцип дополнительности Н. Бора.** В сложных системах возникает необходимость сочетания различных, ранее казавшихся несовместимыми, а ныне взаимодополняющих друг друга моделей и методов описания.
2. **Принцип спонтанного возникновения И. Пригожина.** В сложных системах возможны особые критические состояния, когда малейшие флуктуации могут внезапно привести к появлению новых структур, полностью отличающихся от обычных (в частности, это может вести к катастрофическим последствиям — эффекты «снежного кома» или эпидемии).
3. **Принцип несовместимости Л. Заде.** При росте сложности системы уменьшается возможность ее точного описания вплоть до некоторого порога, за которым точность и релевантность (смысловая связанность) информации становятся несовместимыми, взаимно исключающими характеристиками.
4. **Принцип управления неопределенностями.** В сложных системах требуется переход от борьбы с неопределенностями к управлению неопределенностями. Различные виды неопределенности должны преднамеренно вводиться в модель исследуемой системы, поскольку они служат фактором, благоприятствующим инновациям (системным мутациям).
5. **Принцип незнания.** Знания о сложных системах принципиально являются неполными, неточными и противоречивыми: они обычно формируются не на основе логически строгих понятий и суждений, а исходя из индивидуальных мнений и коллективных идей. Поэтому в подобных системах важную роль играет моделирование частичного знания и незнания.
6. **Принцип соответствия.** Язык описания сложной системы должен соответствовать характеру располагаемой о ней информации (уровню знаний или неопределенности). Точные логико-математические, синтаксические модели не являются универсальным языком, также важны нестрогие, приближенные, семиотические модели и неформальные методы. Один и тот же объект может описываться семейством языков различной жесткости.
7. **Принцип разнообразия путей развития.** Развитие сложной системы многовариантно и альтернативно, существует «спектр» путей ее эволюции. Переломный критический момент неопределенности будущего развития сложной системы связан с наличием зон бифуркации — «разветвления» возможных путей эволюции системы.
8. **Принцип единства и взаимопереходов порядка и хаоса.** Эволюция сложной системы проходит через неустойчивость; хаос не только разрушителен, но и конструктивен. Организационное развитие сложных систем предполагает своего рода конъюнкцию порядка и хаоса.
9. **Принцип колебательной (пульсирующей) эволюции.** Процесс эволюции сложной системы носит не поступательный, а циклический или волновой характер: он сочетает в себе дивергентные (рост разнообразия) и конвергентные (свертывание разнообразия) тенденции, фазы зарождения порядка и поддержания порядка. Открытые сложные системы пульсируют: дифференциация сменяется интеграцией, разбегание — сближением, ослабление связей — их усилением и т, п.

Нетрудно понять, что перечисленные принципы синергетической методологии можно разбить на три группы: принципы сложности (1-3), принципы неопределенности (3-6) и принципы эволюции (7-9).

#### Закономерности возникновения и формулирования целей.

Обобщение результатов исследований процессов целеобразования, проводимых философами, психологами, кибернетиками, и наблюдение процессов обоснования и структуризации целей в конкретных условиях позволили сформулировать некоторые общие принципы, закономерности, которые полезно использовать на практике.

**Зависимость представления о цели и формулировки цели от стадии познания объекта (процесса) и от времени**

Анализ определений понятия «цель» позволяет сделать вывод о том, что, формулируя цель нужно стремиться отразить в формулировке или в способе представления цели основное противоречие: ее активную роль в познании, в управлении, и в то же время необходимость сделать ее реалистичной, направить с ее помощью деятельность на получение определенного полезного результата. При этом формулировка цели и представление о цели зависит от стадии познания объекта, и по мере развития представления о нем цель может переформулироваться.

**Зависимость цели от внешних и внутренних факторов.**

При анализе причин возникновения и формулирования целей нужно учитывать, что на цель влияют как внешние по отношению к системе факторы (внешние требования, потребности, мотивы, программы), так и внутренние факторы (потребности, мотивы, программы самой системы и ее элементов, исполнителей цели); при этом последние являются такими же объективно влияющими на процесс целеобразования факторами, как и внешние (особенно при использовании в системах управления понятия цели как средства побуждения к действию).

**Проявление в структуре целей закономерности целостности**

В иерархической структуре закономерность целостности (эмерджентности) проявляется на любом уровне иерархии. Применительно к структуре целей это означает, что, с одной стороны, достижение цели вышестоящего уровня не может быть полностью обеспечено достижением подчиненных ей подцелей, хотя и зависит от них, а, с другой стороны, потребности, программы (как внешние, так и внутренние) нужно исследовать на каждом уровне структуризации, и получаемые разными ЛПР расчленения подцелей в силу различного раскрытия неопределенности могут оказаться разными, т.е. разные ЛПР могут предложить разные иерархические структуры целей и функций, даже при использовании одних и тех же принципов структуризации и методик.

**Закономерности формирования иерархических структур целей**

Учитывая, что наиболее распространенным способом представления целей в системах организационного управления являются древовидные иерархические структуры («деревья целей»), рассмотрим основные рекомендации по их формированию:

* приемы, применяющиеся при формировании древовидных иерархий целей, можно свести к двум подходам: а) формирование структур «сверху» — методы структуризации, декомпозиции, целевой или целенаправленный подход, б) формирование структур целей «снизу» — морфологический, лингвистический, тезаурусный, терминальный подход; на практике обычно эти подходы сочетаются;
* цели нижележащего уровня иерархии можно рассматривать как средства для достижения целей вышестоящего уровня, при этом они же являются целями для уровня нижележащего по отношению к ним;
* в иерархической структуре по мере перехода с верхнего уровня на нижний происходит как бы смещение рассмотренной выше «шкалы» от цели-направления (цели-идеала, цели-мечты) к конкретным целям и функциям, которые на нижних уровнях структуры могут выражаться в виде ожидаемых результатов конкретной работы с указанием критериев оценки ее выполнения, в то время как на верхних уровнях иерархии указание критериев может быть либо выражено в общих требованиях (например, «повысить эффективность»), либо вообще не приводится в формулировке цели;
* для того чтобы структура целей была удобной для анализа и организации управления, к ней рекомендуется предъявлять некоторые требования — число уровней иерархии и число компонентов в каждом узле должно быть (в силу гипотезы Миллера или числа Колмогорова) К = 5 ± 2 (предел восприятия человеком).

И еще несколько важных законов.

**Закон простоты сложных систем** — Реализуется, выживает, отбирается тот вариант сложной системы, который обладает наименьшей сложностью.

Закон простоты сложных систем реализуется природой в ряде конструктивных принципов:

* Оккама,
* иерархического модульного построения сложных систем,
* симметрии,
* симморфоза (равнопрочности, однородности),
* полевого взаимодействия (взаимодействия через носитель),
* экстремальной неопределенности (функции распределения характеристик и параметров, имеющих неопределенные значения, имеют экстремальную неопределенность).

**Закон конечности скорости распространения взаимодействия** — Все виды взаимодействия между системами, их частями и элементами имеют конечную скорость распространения. Ограничена также скорость изменения состояний элементов системы. Автором закона является А.Эйнштейн.

**Теорема Геделя о неполноте** — В достаточно богатых теориях (включающих арифметику) всегда существуют недоказуемые истинные выражения. Поскольку сложные системы включают в себя (реализуют) элементарную арифметику, то при выполнении вычислений в ней могут возникнуть тупиковые ситуации (зависания).

**Закон эквивалентности вариантов построения сложных систем** — С ростом сложности системы доля вариантов ее построения, близких к оптимальному варианту, растет.

**Закон Онсагера максимизации убывания энтропии** — Если число всевозможных форм реализации процесса, согласных с законами физики, не единственно, то реализуется та форма, при которой энтропия системы растет наиболее медленно. Иначе говоря, реализуется та форма, при которой максимизируется убывание энтропии или рост информации, содержащейся в системе.

### **Лекция 4: Функциональное описание и моделирование систем**

Изучение любой системы предполагает создание модели системы, позволяющей произвести анализ и предсказать ее поведение в определенно диапазоне условий, решать задачи анализа и синтеза реальной системы. В зависимости от целей и задач моделирования оно может проводиться на различных уровнях абстракции.

**Модель** — описание системы, отражающее определенную группу ее свойств.

Описание системы целесообразно начинать с трех точек зрения: функциональной, морфологической и информационной.

Всякий объект характеризуется результатами своего существования, местом, которое он занимает среди других объектов, ролью, которую он играет в среде. Функциональное описание необходимо для того, чтобы осознать важность системы, определить ее место, оценить отношения с другими системами.

Функциональное описание (функциональная модель) должно создать правильную ориентацию в отношении внешних связей системы, ее контактов с окружающим миром, направлениях ее возможного изменения.

Функциональное описание исходит из того, что всякая система выполняет некоторые функции: просто пассивно существует, служит областью обитания других систем, обслуживает системы более высокого порядка, служит средством для создания более совершенных систем.

Как нам уже известно, система может быть однофункциональной и многофункциональной.

Во многом оценка функций системы (в абсолютном смысле) зависит от точки зрения того, кто ее оценивает (или системы, ее оценивающей).

Функционирование системы может описываться числовым функционалом, зависящем от функций, описывающих внутренние процессы системы, либо качественным функционалом (упорядочение в терминах «лучше», «хуже», «больше», «меньше» и т.д.)

Функционал количественно или качественно описывающий деятельность системы называют функционалом эффективности.

Функциональная организация может быть описана:

* алгоритмически,
* аналитически,
* графически,
* таблично,
* посредством временных диаграмм функционирования,
* вербально (словесно).

Описание должно соответствовать концепции развития систем определенного класса и удовлетворять некоторым требованиям:

* должно быть открытым и допускать возможность расширения (сужения) спектра функций, реализуемых системой;
* предусматривать возможность перехода от одного уровня рассмотрения к другому, т.е. обеспечивать построение виртуальных моделей систем любого уровня.

При описании системы будем рассматривать ее как структуру, в которую в определенные моменты времени вводится нечто (вещество, энергия, информация), и из которой в определенные моменты времени нечто выводится.

В самом общем виде функциональное описание системы в любой динамической системе изображается семеркой:

Sf = {T, x, C, Q, y, φ, η},

где T — множество моментов времени, х — множество мгновенных значений входных воздействий, С = {c: T → x} — множество допустимых входных воздействий; Q — множество состояний; y — множество значений выходных величин; Y = {u: T → y} — множество выходных величин; φ = {T×T×T×c → Q} — переходная функция состояния; η:T×Q → y — выходное отображение; с — отрезок входного воздействия; u — отрезок выходной величины.

Такое описание системы охватывает широкий диапазон свойств.

Недостаток данного описания — не конструктивность: трудность интерпретации и практического применения. Функциональное описание должно отражать такие характеристики сложных и слабо познанных систем как параметры, процессы, иерархию.

Примем, что система S выполняет N функций ψ1, ψ2, ..., ψs, ..., ψN, зависящих от n процессов F1, F2, ..., Fi, ..., Fn. Эффективность выполнения s-й функции

Эs = Эs(ψs) = Э(F1, F2, ..., Fi, ..., Fn) = Эs({Fi}), i = 1...n, s = 1...N.

Общая эффективность системы есть вектор-функционал Э = {Эs}. Эффективность системы зависит от огромного количества внутренних и внешних факторов. Представить эту зависимость в явной форме чрезвычайно сложно, а практическая ценность такого представления незначительна из-за многомерности и многосвязности. Рациональный путь формирования функционального описания состоит в применении такой многоуровневой иерархии описаний, при которой описание более высокого уровня будет зависеть от обобщенных и факторизованных переменных низшего уровня.

Иерархия создается по уровневой факторизацией процессов {Fi} при помощи обобщенных параметров {Qi}, являющихся функционалами {Fi}. Предполагается, что число параметров значительно меньше числа переменных, от которых зависят процессы. Такой способ описания позволяет построить мост между свойствами взаимодействующих со средой элементов (подсистемами низшего уровня) и эффективностью системы.

Процессы {Fi(1)} можно обнаружить на выходе системы. Это процессы взаимодействия со средой. Будем называть их процессами первого уровня и полагать, что они определяются:

1. параметрами системы первого уровня — Q1(1), Q2(1), ..., Qj(1), ..., Qm(1);
2. активными противодействующими параметрами среды, непосредственно направленными против системы для снижения ее эффективности — b1, b2, ..., bk, ..., bK;
3. нейтральными (случайными параметрами среды) c1, c2, ..., cl, ..., cL;
4. благоприятными параметрами среды d1, d2, ..., dp, ..., dP.

Среда имеет непосредственный контакт с подсистемами низших уровней, воздействуя через них на подсистемы более высокого уровня иерархии, так что Fi\* = Fi\*({bk}, {cl}, {dp}). Путем построения иерархии (параметры β-го уровня — процессы (β-1)-го уровня — параметры (β-1)-го уровня) можно связать свойства среды с эффективностью системы.

Параметры системы {Qj} могут изменяться при изменении среды, они зависят от процессов в системе и записываются в виде функционалов состояния Qj1(t).

Собственным функциональным пространством системы W называется пространство, точками которого являются все возможные состояния системы, определяемое множеством параметров до уровня b:

Q = {Q(1), Q(2), ... Q(β)}.

Состояние может сохраняться постоянным на некотором интервале времени Т.

Процессы {Fi(2)} не могут быть обнаружены на выходе системы. Это процессы второго уровня, которые зависят от параметров Q(2) подсистем системы (параметров второго уровня). И так далее.

Образуется следующая иерархия описания: эффективность (конечное множество функционалов) — процессы первого уровня (функции) — параметры первого уровня (функционалы) — процессы второго уровня (функции) — параметры второго уровня (функционалы) и т.д. На каком-то уровне наши знания о функциональных свойствах системы исчерпываются, и иерархия обрывается. Обрыв может произойти на разном уровне для разных параметров (процессов), причем как на процессе, так и на параметре.

Внешние характеристики системы определяются верхним уровнем иерархии, поэтому часто удается ограничиться описанием вида ({Эi},{ψS}, {Fi(1)}, {Qj(1)}, {bk}, {cl}, {dp}). Число уровней иерархии зависит от требуемой точности представления входных процессов.

#### Графические способы функционального описания систем

Выше был рассмотрен способ обобщенного аналитического функционального описания систем. Очень часто при анализе и синтезе систем используется графическое описание, разновидностями которого являются:

* дерево функций системы,
* стандарт функционального моделирования IDEF0.

Все функции, реализуемые сложной системой, могут быть условно разделены на три группы:

* целевая функция;
* базисные функции системы;
* дополнительные функции системы.

Целевая функция системы соответствует ее основному функциональному назначению, т.е. целевая (главная) функция — отражает назначение, сущность и смысл существования системы.

Основные функции отражают ориентацию системы и представляют собой совокупность макрофункций, реализуемых системой. Эти функции обусловливают существование системы определенного класса. Основные функции — обеспечивают условия выполнения целевой функции (прием, передача приобретение, хранение, выдача).

Дополнительные (сервисные) функции расширяют функциональные возможности системы, сферу их применения и способствуют улучшению показателей качества системы. Дополнительные функции — обеспечивают условия выполнения основных функций (соединение (разведение, направление, гарантирование)).

Описание объекта на языке функций представляется в виде графа.

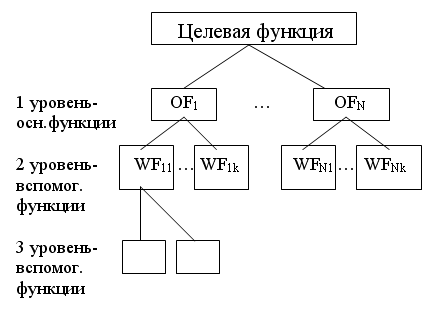


Рис. — Описание объекта на языке функций в виде графа

Формулировка функции внутри вершин должна включать 2 слова: глагол и существительное «Делать что».

Дерево функций системы представляет декомпозицию функций системы и формируется с целью детального исследования функциональных возможностей системы и анализа совокупности функций, реализуемых на различных уровнях иерархии системы. На базе дерева функций системы осуществляется формирование структуры системы на основе функциональных модулей. В дальнейшем структура на основе таких модулей покрывается конструктивными модулями (для технических систем) или организационными модулями (для организационно-технических систем). Таким образом, этап формирования дерева функций является одним из наиболее ответственных не только при анализе, но и при синтезе структуры системы. Ошибки на этом этапе приводят к созданию «систем-инвалидов», не способных к полной функциональной адаптации с другими системами, пользователем и окружающей средой.

Исходными данными для формирования дерева функций являются основные и дополнительные функции системы.

Формирование дерева функций представляет процесс декомпозиции целевой функции и множества основных и дополнительных функций на более элементарные функции, реализуемые на последующих уровнях декомпозиции.

При этом каждая из функций конкретно взятого i-ого уровня может рассматриваться как макрофункция по отношению к реализующим ее функциям на (i+1)-го уровня, и как элементарная функция по отношению к соответствующей функции верхнего (i-1)-го уровня.

Описание функций системы с использованием IDEF0-нотации основано на тех же принципах декомпозиции, но представляется не в виде дерева, а набора диаграмм.

#### Краткое описание методологии IDEF0

Объектами моделирования являются системы.

Описание IDEF0 модели построено в виде иерархической пирамиды, в вершине которой представляется самое общее описание системы, а основание представляет собой множество более детальных описаний.

IDEF0 методология построена на следующих принципах:

* Графическое описание моделируемых процессов. Графический язык Блоков и Дуг IDEF0 Диаграмм отображает операции или функции в виде Блоков, а взаимодействие между входами/выходами операций, входящими в Блок или выходящими из него, Дугами.
* Лаконичность. За счет использования графического языка описания процессов достигается с одной стороны точность описания, а с другой — краткость.

Необходимость соблюдения правил и точность передачи информации. При IDEF0 моделировании необходимо придерживаться следующих правил:

* На Диаграмме должно быть не менее 3-х и не более 6-и функциональных Блоков.
* Диаграммы должны отображать информацию, не выходящую за рамки контекста, определенного целью и точкой зрения.
* Диаграммы должны иметь связанный интерфейс, когда номера Блоков, Дуги и ICOM коды имеют единую структуру.
* Уникальность имен функций Блоков и наименований Дуг.
* Четкое определение роли данных и разделение входов и управлений.
* Замечания для Дуг и имена функций Блоков должны быть краткими и лаконичными.
* Для каждого функционального Блока необходима как минимум одна управляющая Дуга.
* Модель всегда строится с определенной целью и с позиций конкретной точки зрения.

В процессе моделирования очень важным является четко определить направление разработки модели — ее контекст, точку зрения и цель.

**Контекст** модели очерчивает границы моделируемой системы и описывает ее взаимосвязи с внешней средой.

**Точка зрения** определяет позицию автора, т.е. что будет рассматриваться и под каким углом зрения.

Необходимо помнить, что одна модель представляет одну точку зрения. Для моделирования системы с нескольких точек зрения используется несколько моделей.

**Цель** отражает причину создания модели и определяет ее назначение. При этом, все взаимодействия в модели рассматриваются именно с точки зрения достижения поставленной цели.

В рамках методологии IDEF0 модель системы описывается при помощи Графических IDEF0 Диаграмм и уточняется за счет использования FEO, Текстовых и Диаграмм Глоссария. При этом модель включает в себя серию взаимосвязанных Диаграмм, разделяющих сложную систему на составные части. Диаграммы более высокого уровня (А-0, А0) — являются наиболее общим описанием системы, представленным в виде отдельных Блоков. Декомпозиция этих Блоков позволяет достигать требуемого уровня детализации описания системы.

Разработка IDEF0 Диаграмм начинается с построения самого верхнего уровня иерархии (А-0) — одного Блока и интерфейсных Дуг, описывающих внешние связи рассматриваемой системы. Имя функции, записываемое в Блоке 0, является целевой функцией системы с принятой точки зрения и цели построения модели.

При дальнейшем моделировании Блок 0 декомпозируется на Диаграмме А0, где целевая функция уточняется с помощью нескольких Блоков, взаимодействие между которыми описывается с помощью Дуг. В свою очередь, функциональные Блоки на Диаграмме А0 могут быть также декомпозированы для более детального представления.

В результате, имена функциональных Блоков и интерфейсные Дуги, описывающие взаимодействие всех Блоков, представленных на Диаграммах, образуют иерархическую взаимосогласованную модель.

Хотя вершиной модели является Диаграмма уровня А-0, настоящей «рабочей вершиной или структурой» является Диаграмма А0, поскольку она является уточненным выражением точки зрения модели. Ее содержание показывает, что будет рассматриваться в дальнейшем, ограничивая последующие уровни в рамках цели проекта. Нижние уровни уточняют содержание функциональных Блоков, детализируя их, но, не расширяя границ модели.

#### Описание синтаксиса языка моделирования

Основными элементами на IDEF0 Диаграммах являются Блоки и Дуги.

Блоки служат для отображения функций (действий), выполняемых моделируемой системой. Сформулированные функции должны содержать глагольный оборот.

*глагол + объект действия + [дополнение].*

Например: обрабатывать деталь на станке, передать документы в отдел, разработать план-график проведения анализа, опубликовать материалы...

Дуги служат для отображения информации или материальных объектов, которые необходимы для выполнения функции или появляются в результате ее выполнения (объекты, обрабатываемые системой). Под объектами в рамках функционального моделирования могут пониматься документы, физические материалы, инструменты, станки, информация, организации и даже системы.

Место соединения дуги с блоком определяет тип интерфейса.

Управляющие выполнением функции данные входят в блок сверху, в то время как информация, которая подвергается воздействию функции, показана с левой стороны блока; результаты выхода показаны с правой стороны.

Механизм (человек или автоматизированная система), который осуществляет функцию, представляется дугой, входящей в блок снизу (см.рис.).

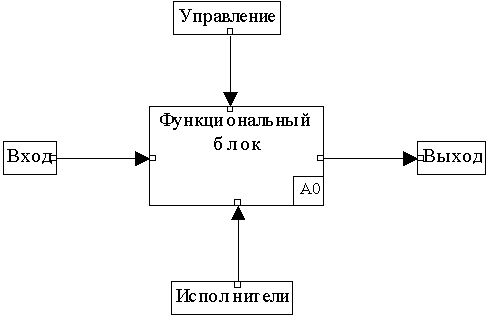


Рис. — Типы дуг

Функциональный блок преобразует входную информацию (данные, материалы, средства, задачи, цели и др.) в выходную (что требуется получить в результате выполнения данной функции). Управление определяет, когда и как это преобразование может или должно произойти. Механизм (или исполнители) непосредственно осуществляют это преобразование.

За каждой Дугой закрепляется Замечание, которое отображает суть информации или объекта. Замечание формулируется в виде оборота существительного, отвечающего на вопрос: «Что?».

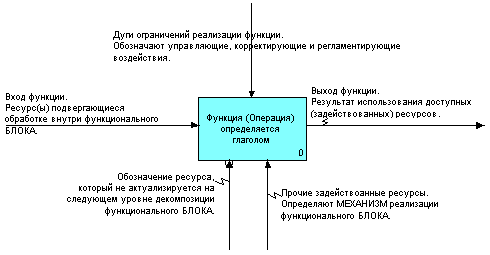


Рис. — Дуги, как ограничивающие и уточняющие факторы Блока

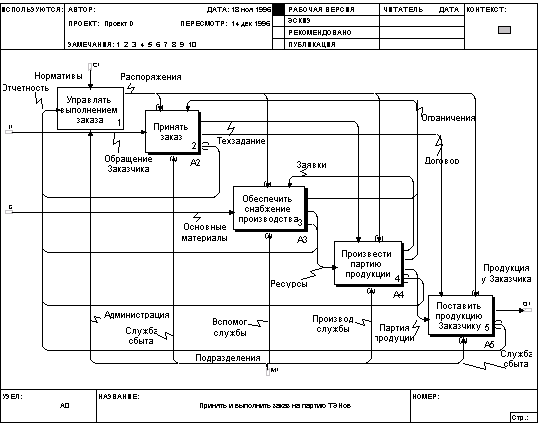


Рис. — Пример А0 диаграммы

Функциональные Блоки на Диаграмме изображаются в виде прямоугольников, внутри которых записывается имя функции и номер Блок (в правом нижнем углу прямоугольника).

Блоки располагаются на Диаграмме согласно их степени важности (по мнению автора модели). При этом доминирующим является тот Блок, выполнение функции которого оказывает влияние на выполнение всех остальных функций, представленных на Диаграмме. К примеру, это может быть Блок, содержащий контролирующую или планирующую функцию, выходы которого являются управляющими для всех остальных функциональных Блоков Диаграммы.

Доминирующий Блок помещается, как правило, в верхнем левом углу листа Диаграммы, а наименее важный Блок — в правом нижнем углу. Таким образом, ступенчатость Блоков на Диаграмме отражает мнение автора о доминировании одних Блоков относительно других.

Очень важно помнить, что доминирование блоков на диаграмме не задаёт чёткой временной зависимости операций.

Стороны Блока также имеют определенное значение. К левой границе Блока присоединяются входные Дуги, к верхней — управляющие Дуги, к правой — выходные Дуги, а к нижней — Дуги механизмов.

Дуги на IDEF0 Диаграмме изображаются в виде стрелок.

При IDEF0 моделировании используются пять типов взаимосвязей между Блоками, для описания их отношений.

* Взаимосвязь по управлению, — когда выход одного Блока влияет (является управляющей) на выполнение функции в другом Блоке.

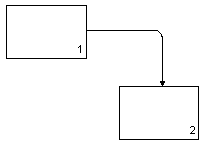


Рис. — Взаимосвязь по управлению

* Взаимосвязь по входу, — когда выход одного Блока является входом для другого.

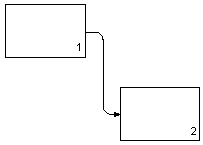


Рис. — Взаимосвязь по входу

* Обратная связь по управлению, — когда выходы из одной функции влияют на выполнение других функций, выполнение которых в свою очередь влияет на выполнение исходной функции.

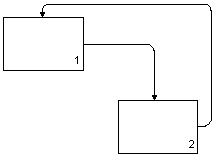


Рис. — Обратная связь по управлению

* Обратная связь по входу, — когда выход из одной функции является входом для другой функции, выход которой является для него входом.

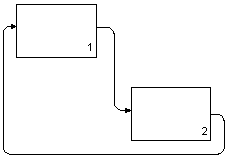


Рис. — Обратная связь по входу

* Взаимосвязь «выход-механизм», — когда выход одной функции является механизмом для другой. Иначе говоря, выходная Дуга одного Блока является Дугой механизма для другого. Такой тип связи встречается редко и относится чаще всего к подготовительным операциям.

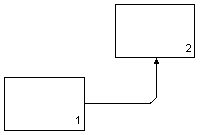


Рис. — Взаимосвязь «выход-механизм»

Поскольку содержание IDEF0 Диаграмм уточняется в ходе моделирования постепенно, Дуги на Диаграммах редко изображают один объект. Чаще всего они отображают определенный набор объектов и могут иметь множество начальных точек (источников) и определенное количество конечных точек (приемников). В ходе разработки графической Диаграммы для отражения этой особенности используют механизм разветвления/слияния Дуг. Это позволяет не только уточнить с использованием Замечаний содержание каждой ветви разветвленной Дуги (потока объектов), но и более точно описать из каких наборов объектов состоит входящая в функциональный Блок Дуга, если она получена путем слияния.

**Пример**

Рассмотрим немного надуманный пример системы — некоторый отдел контроля, созданный для оценки эффективности управления и функционирования библиотеки (с равным успехом, можно было бы также рассмотреть отдел финансового контроля на некотором предприятии, налогового контроля и т.п.).

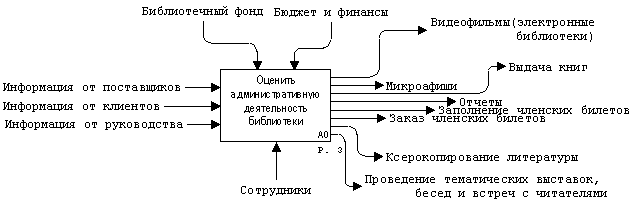


Рис. — Диаграмма верхнего уровня А-0, отражающая целевую функцию системы

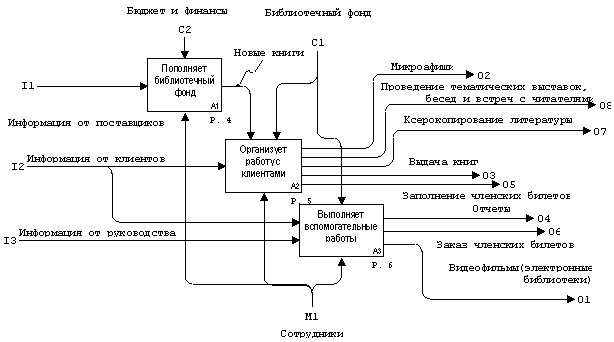


Рис. — Диаграмма А0, отражающая декомпозицию целевой функции на основные функции А1, А2, А3

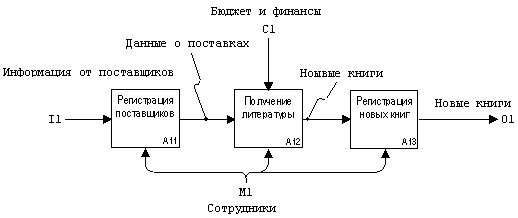


Рис. — Декомпозиция блока А1

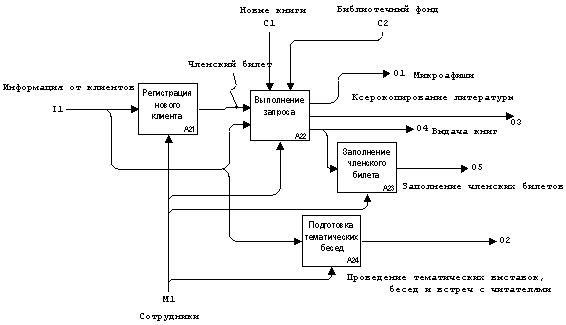


Рис. — Декомпозиция блока А2

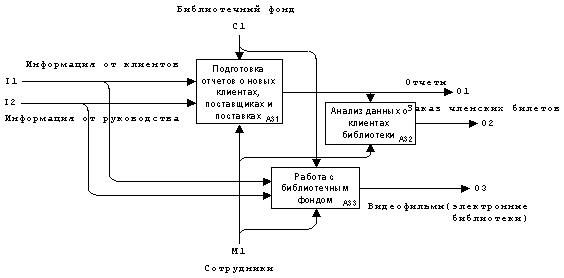


Рис. — Декомпозиция блока А3

### 

### **Лекция 5: Морфологическое (структурное) описание и моделирования систем**

Современные технические и технологические объекты и их системы управления характеризуются большим числом элементов, множеством связей и взаимосвязей, значительным объемом перерабатываемой информации. Такие системы называют сложными, большими или системами со сложной структурой.

Для систем, состоящих из большого числа взаимосвязанных подсистем, наиболее эффективно вначале наметить основные подсистемы и установить главные взаимосвязи между ними, а затем уже переходить к детальному моделированию механизмов функционирования различных подсистем.

Характерной особенностью начального этапа проектирования является ограниченность информации о свойствах будущей системы, что заставляет в первую очередь обращаться к структуре системы и содержащейся в ней информации. Изучение особенностей этой информации и является предметом морфологического (структурного) анализа систем.

Таким образом, морфологическое описание должно давать представление о строении системы (морфология — наука о форме, строении). Глубина описания, уровень детализации, т.е. определение какие компоненты системы будут рассматриваться в качестве элементарных (элементов), обусловливается назначением описания системы. Морфологическое описание иерархично. Конфигурация морфологии дается на стольких уровнях, сколько их требуется для создания представления об основных свойствах системы.

Целями структурного анализа являются:

* разработка правил символического отображения систем;
* оценка качества структуры системы;
* изучение структурных свойств системы в целом и ее подсистем;
* выработка заключения об оптимальности структуры системы и рекомендаций по дальнейшему ее совершенствованию.

В структурном подходе можно выделить два этапа: определение состава системы, т.е. полное перечисление ее подсистем, элементов, и выяснение связей между ними.

Изучение морфологии системы начинается с элементного состава. Он может быть:

* гомогенным (однотипные элементы);
* гетерогенным (разнотипные элементы);
* смешанным.

Однотипность не означает полной идентичности и определяет только близость основных свойств.

Гомогенности, как правило, сопутствует избыточность и наличие скрытых (потенциальных) возможностей, дополнительных резервов.

Гетерогенные элементы специализированы, они экономичны и могут быть эффективными в узком диапазоне внешних условий, но быстро теряют эффективность вне этого диапазона.

Иногда элементный состав определить не удается — неопределенный.

Важным признаком морфологии является назначение (свойства) элементов. Различают элементы:

* информационные;
* энергетические;
* вещественные.

Следует помнить, что такое деление условно и отражает лишь преобладающие свойства элемента. В общем же случае, передача информации не возможна без энергии, перенос энергии не возможен без информации.

Информационные элементы предназначены для приема, запоминания (хранения), преобразования и передачи информации. Преобразование может состоять в изменении вида энергии, которая несет информацию, в изменении способа кодирования (представления в некоторой знаковой форме) информации, в сжатии информации путем сокращения избыточности, принятия решений и т.д.

Различают обратимые и необратимые преобразования информации.

Обратимые не связаны с потерей (либо созданием новой) информации. Накопление (запоминание) является обратимым в том случае, если не происходит потерь информации в течение времени хранения.

Преобразование энергии состоит в изменении параметров энергетического потока. Поток входной энергии может поступать извне, либо от других элементов системы. Выходной энергетический поток направлен в другие системы, либо в среду. Процесс преобразования энергии, естественным образом, нуждается в информации.

Процесс преобразования вещества может быть механическим (например, штамповка), химическим, физическим (например, резка), биологическим. В сложных системах преобразование вещества носит смешанный характер.

В общем случае, следует иметь в виду, что любые процессы, так или иначе, приводят к преобразованию вещества, энергии и информации.

Морфологические свойства системы существенно зависят от характера связей между элементами. Понятие связи входит в любое определение системы. Оно одновременно характеризует и строение (статику) и функционирование (динамику) системы. Связи обеспечивают возникновение и сохранение структуры и свойств системы. Выделяют информационные, вещественные и энергетические связи, определяя их в том же смысле, в каком были определены элементы.

Характер связи определяется удельным весом соответствующего компонента (или целевой функцией).

Связь характеризуется:

* направлением,
* силой,
* видом.

По первым двум признакам связи делят на направленные и  ненаправленные, сильные и слабые, а по характеру — подчинения, порождения (генетические), равноправные и связи управления.

Некоторые из этих связей можно раздробить еще более детально. Например, связи подчинения на связи «род-вид», «часть-целое»; связи порождения — «причина-следствие».

Их можно разделить также по месту приложения (внутренние — внешние), по направленности  процессов (прямые, обратные, нейтральные).

Прямые связи предназначены для передачи вещества, энергии, информации или их комбинаций от одного элемента другому в соответствии с последовательностью выполняемых функций.

Качество связи определяется ее пропускной способностью и надежностью.

Очень важную роль, как мы уже знаем, играют обратные связи — они являются основной саморегулирования и развития систем, приспособления их к изменяющимся условиям существования. Они в основном служат для управления процессами и наиболее распространены информационные обратные связи.

Нейтральные связи не относятся к функциональной деятельности системы, непредсказуемы и случайны. Однако нейтральные связи могут сыграть определенную роль при адаптации системы, служить исходным ресурсом для формирования прямых и обратных связей, являться резервом.

Морфологическое описание может включать указания на наличие и вид связи, содержать общую характеристику связи либо их качественные и количественные оценки.

Структурные свойства систем определяются характером и устойчивостью отношений между элементами. По характеру отношений между элементами структуры делятся на:

* многосвязные,
* иерархические,
* смешанные.

Наиболее  устойчивы детерминированные структуры, в которых отношения либо постоянны, либо изменяются во времени по детерминированным законам. Вероятностные структуры изменяются во времени по вероятностным законам. Хаотические структуры характерны отсутствием ограничений, элементы в них вступают в связь в соответствии с индивидуальными свойствами. Классификация производится по доминирующему признаку.

Структура играет основную роль в формировании новых свойств системы, отличных от свойств ее компонентов, в поддержании целостности и устойчивости ее свойств по отношению к изменению элементов системы в некоторых пределах.

Важными структурными компонентами являются отношения координации и субординации.

Координация выражает упорядоченность элементов системы «по-горизонтали». Здесь идет речь о взаимодействии компонент одного уровня организации.

Субординация — «вертикальная» упорядоченность подчинения и субподчинения компонент. Здесь речь идет о взаимодействии компонент различных уровней иерархии.

Иерархия (hiezosazche — священная власть, греч.) — это расположение частей целого в порядке от высшего к низшему. Термин «иерархия» (многоступенчатость) определяет упорядоченность компонентов системы по степени важности. Между уровнями иерархии структуры могут существовать взаимоотношения строгого подчинения компонент нижележащего уровня одному из компонент вышележащего уровня, т.е. отношения древовидного порядка. Такие иерархии называют сильными или иерархии типа «дерево».

Однако между уровнями иерархической структуры необязательно должны существовать отношения древовидного характера. Могут иметь место связи и в пределах одного уровня иерархии. Нижележащий компонент может подчиняться нескольким компонентами вышележащего уровня — это иерархические структуры со слабыми связями.

Для иерархических структур характерно наличие управляющих и исполнительных компонент. Могут существовать компоненты, являющиеся одновременно и управляющими и исполнительными.

Различают строго и нестрого иерархические структуры.

Система строгой иерархической структуры имеют следующие признаки:

* в системе имеется один главный управляющий компонент, который имеет не менее двух связей;
* имеются исполнительные компоненты, каждый из которых имеет только одну связь с компонентом вышележащего уровня;
* связь существует только между компонентами, принадлежащим двум соседним уровням, при этом компоненты низшего уровня связаны только с одним компонентом высшего уровня, а каждый компонент высшего уровня не менее, чем с двумя компонентами низшего.

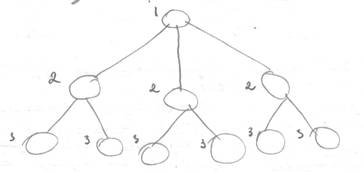


Рис. 1 — Граф строго-иерархической структуры

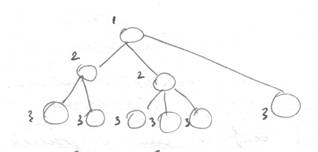


Рис. 2 — Граф нестрогой иерархической структуры

На рис.1 приведен граф строго иерархической структуры, на рис.2 — граф нестрогой иерархической структуры. Обе структуры трехуровневые.

Так на рис.1 элемент 1-го уровня иерархии может представлять собой ректора университета, элементы 2-го уровня — проректоров, 3-го уровня — деканов, остальные элементы (4-го уровня, не отраженного на рисунке) будут представлять заведующих кафедрами. Понятно, что все элементы и связи представленной структуры не равноправны.

Как правило, наличие иерархии является признаком высокого уровня организации структуры, хотя могут существовать и не иерархические высокоорганизованные системы.

В функциональном отношении иерархические структуры более экономичны.

Для не иерархических структур не существует компонент, которые являются только управляющими или только исполнительными. Любой компонент взаимодействует более чем с одним компонентом.

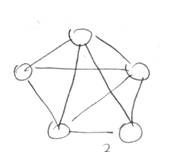


Рис. 3 — Граф многосвязной структуры системы

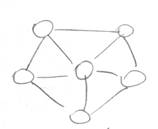


Рис. 4 — Граф сотовой структуры системы

Смешанные структуры представляют собой различные комбинации иерархических и неиерархических структур.

Введем понятие лидерства.

Лидирующей называется подсистема, удовлетворяющая следующим требованиям:

1. подсистема не имеет детерминированного взаимодействия ни с одной подсистемой;
2. подсистема является управляющей (при непосредственном или опосредованном взаимодействии) по отношению к части (наибольшему числу подсистем);
3. подсистема либо не является управляемой (подчиненной), либо управляется наименьшим (по сравнению с другими) числом подсистем.

Лидирующих подсистем может быть больше одной, при нескольких лидирующих подсистемах возможна главная лидирующая подсистема. Подсистема высшего уровня иерархической структуры одновременно должна быть главной лидирующей, если же этого нет, то предполагаемая иерархическая структура либо неустойчива, либо не соответствует истинной структуре системы.

Смешанные структуры представляют собой различные комбинации иерархических и неиерархических структур. Стабильность структуры характеризуется временем ее изменения. Структура может изменяться без преобразования класса или преобразованием одного класса в другой. В частности, возникновение лидера в неиерархической структуре может привести к преобразованию ее в иерархическую, а возникновение лидера в иерархической структуре — к установлению ограничивающей, а затем детерминированной связи между лидирующей подсистемой и подсистемой высшего уровня. В результате этого подсистема высшего уровня заменяется лидирующей подсистемой, либо объединяется с ней, или иерархическая структура преобразуется в неиерархическую (смешанную).

Равновесными называются неиерархические структуры без лидеров. Чаще всего равновесными бывают многосвязные структуры. Равновесность не означает покомпонентной идентичности метаболизма, речь идет только о степени влияния на принятие решений.

Особенностью иерархических структур является отсутствие горизонтальных связей между элементами. В этом смысле данные структуры являются абстрактными построениями, поскольку в реальной действительности трудно найти производственную или какую-либо другую действующую систему с отсутствующими горизонтальными связями.

Важное значение при морфологическом описании системы имеют ее композиционные свойства. Композиционные свойства систем определяются способом объединения элементов в подсистемы. Будем различать подсистемы:

* эффекторные (способные преобразовывать воздействие и воздействовать веществом или энергией на другие подсистемы и системы, в том числе на среду),
* рецепторные (способные преобразовывать внешнее воздействие в информационные сигналы, передавать и переносит информацию)
* рефлексивные (способные воспроизводить внутри себя процессы на информационном уровне, генерировать информацию).

Композиция систем, не содержащих (до элементного уровня) подсистем с выраженными свойствами, называется слабой. Композиция систем, содержащих элементы с выраженными функциями, называется соответственно с эффекторными, рецепторными или рефлексивными подсистемами; возможны комбинации. Композицию систем, включающих подсистемы всех трех видов, будем называть полной Элементы системы (т.е. подсистемы, в глубь которых морфологический анализ не распространяется) могут иметь эффекторные, рецепторные или рефлексивные свойства, а также их комбинации.

На теоретико-множественном языке морфологическое описание есть четверка:

SM = {S, V, d, K},

где S={Si}i — множество элементов и их свойств (под элементом в данном случае понимается подсистема, вглубь которой морфологическое описание не проникает); V ={Vj}j — множество связей; δ — структура; К — композиция.

Все множества считаем конечными.

Будем различать в S:

Состав:

* гомогенный,
* гетерогенный,
* смешанный (большое количество гомогенных элементов при некотором количестве гетерогенных),
* неопределенный.

Свойства элементов:

* информационные,
* энергетические,
* информационно-энергетические,
* вещественно-энергетические,
* неопределенные (нейтральные).

Будем различать во множестве V:

Назначение связей:

* информационные,
* вещественные,
* энергетические.

Характер связей:

* прямые,
* обратные,
* нейтральные.

Будем различать в d:

Устойчивость структуры:

* детерминированная,
* вероятностная,
* хаотическая.

Построения:

* иерархические,
* многосвязные,
* смешанные,
* преобразующиеся.

Будем различать во множестве К:

Композиции:

* слабые,
* с эффекторными подсистемами,
* с рецепторными подсистемами,
* с рефлексивными подсистемами,
* полные,
* неопределенные.

Морфологическое описание, как и функциональное, строится по иерархическому (многоуровневому) принципу путем последовательной декомпозиции подсистем. Уровни декомпозиции системы, уровни иерархии функционального и морфологического описания должны совпадать. Морфологическое описание можно выполнить последовательным расчленением системы. Это удобно в том случае, если связи между подсистемами одного уровня иерархии не слишком сложны. Наиболее продуктивны (для практических задач) описания с единственным членением или с небольшим их числом. Каждый элемент структуры можно, в свою очередь, описать функционально и информационно. Морфологические свойства структуры характеризуются временем установления связи между элементами и пропускной способностью связи. Можно доказать, что множество элементов структуры образует нормальное метрическое пространство. Следовательно, в нем можно определить метрику (понятие расстояния). Для решения некоторых задач целесообразно введение метрики в структурном пространстве.

#### Методы описания структур

**Структурные схемы**

Формирование структуры является частью решения общей задачи описания системы. Структура выявляет общую конфигурацию системы, а не определяет систему в целом.

Если изобразить систему как совокупность блоков, осуществляющих некоторые функциональные преобразования, и связей между ними, то получим структурную схему, в обобщенном виде описывающую структуру системы. Под блоком обычно понимают, особенно в технических системах, функционально законченное и оформленное в виде отдельного целого устройство. Членение на блоки может осуществляться исходя из требуемой степени детализации описания структуры, наглядности отображения в ней особенностей процессов функционирования, присущих системе. Помимо функциональных, в структурную схему могут включаться логические блоки, позволяющие изменять характер функционирования в зависимости от того, выполняются или нет некоторые заранее заданные условия.

Структурные схемы наглядны и вмещают в себя информацию о большом числе структурных свойств системы. Они легко поддаются уточнению и конкретизации, в ходе которой не надо изменять всю схему, а достаточно заменить отдельные ее элементы структурными схемами, включающими не один, как раньше, а несколько взаимодействующих блоков.

Однако, структурная схема — это еще не модель структуры. Она с трудом поддается формализации и является скорее естественным мостиком, облегчающим переход от содержательного описания системы к математическому, чем действительным инструментом анализа и синтеза структур.

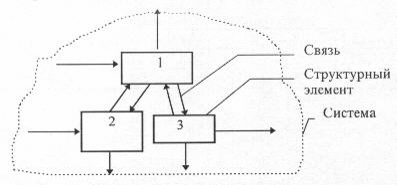


Рис. — Пример структурной схемы

**Графы**

Отношения между элементами структуры могут быть представлены соответствующим графом, что позволяет формализовать процесс исследования инвариантных во времени свойств систем и использовать хорошо развитый математический аппарат теории графов.

Определение. Графом называют тройку G=(M, R, P), где М — множество вершин, R — множество ребер (или дуг графа), Р — предикат инцидентности вершин и ребер графа. Р(x, y, r) = 1 означает, что вершины x,y ∈ M инцидентны (связаны, лежат на) ребру графа r ∈ R.

Для того чтобы облегчить работу с графом, вершины его обычно нумеруют. Граф с пронумерованными вершинами называется отмеченным.

Каждое ребро графа связывает две вершины, называемые в этом случае смежными. Если граф отмечен, то ребро задается парой (i,j), где i и j — номера смежных вершин. Очевидно, что ребро (i,j) инцидентно вершинам i и j , и обратно.

Если все ребра графа заданы упорядоченными парами (i,j), в которых порядок расположения смежных вершин имеет значение, то граф называется ориентированным. Неориентированный граф не содержит ориентированных ребер. В частично ориентированном графе ориентированы не все ребра.

Геометрически графы изображают в виде диаграмм, на которых вершины отображаются точками (окружностями, прямоугольниками), а ребра — отрезками, соединяющими смежные вершины. Ориентированное ребро задают отрезком со стрелкой.

Использование диаграмм настолько распространено, что обычно, говоря о графе, представляют себе именно диаграмму графа.

Если ребра графа имеют некоторые числовые характеристики связи, то такие графы называются взвешенными. В этом случае матрица инцидентности содержит веса соответствующих связей, знак перед числом определяет направление ребра.

Важной характеристикой структурного графа является число возможных путей, по которым можно пройти от одной вершины к другой. Чем больше таких путей, тем совершеннее структура, но тем она избыточнее. Избыточность обеспечивает надежность структуры. Например, разрушение 90% нервных связей головного мозга не ощущается и не влияет на поведение. Может существовать и бесполезная избыточность, которая в структурном графе изображается в виде петель.

### **Лекция 6: Информационное описание и моделирования систем**

Главное отличие подхода к изучению любого объекта как системы состоит в том, что исследователь не ограничивается рассмотрением и описанием только вещественной и энергетической его сторон, но и (прежде всего) проводит исследование его информационных аспектов: целей, информационных потоков, управления, организации и т.д. Создание новых и совершенствование существующих объектов (систем) зависят от решения вопросов, позволяющих анализировать имеющуюся информацию, отсеивать ее избыточную часть, выделять основную, производить оценку и обеспечивать формирование альтернатив для принятия решений.

Любая более или менее сложная экономическая система в процессе своего существования потребляет и вырабатывает большой объем информации. Более того, сегодня можно однозначно утверждать, что объем информации, необходимый для нормального функционирования экономических объектов, и требования к скорости восприятия информации экономической системой неуклонно возрастает. Предприятия производят обмен информацией как внутри себя, так и во вне (в «горизонтальном» и «вертикальном» направлении). Ни для кого не секрет, что в рамках достаточно крупного промышленного предприятия годовой оборот документированных данных может достигать двухмиллионного рубежа и содержать совершенно фантастическую цифру показателей — более ста миллионов единиц. Однако сразу отметим, что количество данных в отчетах не адекватно содержащейся в них информации. Обычно под информацией понимают только те данные, которые способствуют решению задач, поставленных перед исследователем. Из литературных источников известно, что только 10-30% данных, циркулирующих в экономических системах, непосредственно используются при решении задач. Остальные данные не используются вообще.

Рыночные условия хозяйствования и современные компьютерные технологии потребовали от экономических систем новых форм организации информационных потоков. В качестве примера можно привести систему маркетинговой информации, которая сама по себе представляет постоянно меняющуюся сложную систему из четырех подсистем: системы внутренней отчетности, системы исследований, системы сбора текущей внешней информации, системы анализа информации.

Информационное описание должно давать представление об организации и управлении системой.

Термин информация имеет несколько значений:

1. совокупность каких либо сведений, знаний о чем-либо;
2. сведения, являющиеся объектом хранения, передачи и переработки;
3. совокупность количественных данных, выражаемых при помощи цифр или кривых, графиков и используемых при сборе и обработке каких-либо сведений;
4. сведения, сигналы об окружающем мире, которые воспринимают организмы в процессе жизнедеятельности;
5. в биологии — совокупность химически закодированных сигналов, передающихся от одного живого организма другому (от родителей — потомкам) или от одних клеток, тканей, органов другим в процессе развития особи;
6. в математике, кибернетике — количественная мера устранения энтропии (неопределенности), мера организации системы;
7. в философии — свойство материальных объектов и процессов сохранять и порождать определенное состояние, которое в различных вещественно-энергетических формах может быть передано от одного объекта другому; степень, мера организованности какого-либо объекта (системы).

Определения 1-4 трактуют информацию как сведения, данные, сообщения, сигналы, подлежащие передаче, приему, обработке, хранению и отражающие реальную действительность или интеллектуальную деятельность. В этом смысле информация — отображение в некоторое пространство символов. В дальнейшем будем называть ее отображающей информацией.

Во всех определениях, кроме последнего, информация рассматривается как объединяющая категория, которую можно определить через более простые категории. В последнем определении информация — изначальная, неопределяемая категория, которую нужно изучать через ее свойства, то есть информация материальна (как и вещество и энергия), проявляется в тенденции (свойстве) материи к организации (как энергия к способности к взаимодействию), выражает способность организованной материи к предопределению своих состояний (связывающей пространственные свойства с временными).

То, что это действительно так, вытекает из следующих, наблюдаемых в повседневной практике, свойств систем. При неизменной морфологии их поведение и функционирование в значительной степени определяются информацией, доставляемой рецепторными подсистемами. Аналогично энергия определяется как общая мера различных процессов и видов взаимодействия.

Физически информация определяет предсказуемость свойств и поведения объекта во времени. Чем выше уровень организации (больше информации), тем менее подвержен объект действию среды.

Возможно, что формы организации взаимно преобразуются в строгих количественных соотношениях, выражаемых при помощи информации. Доказать это можно только экспериментально (как и для количественных форм движения, т.е. энергетических эквивалентов). Количество и ценность информации — взаимодополняющие категории. Можно говорить о количестве ценной информации применительно к заданной цели подобно тому, как мы говорим о количестве ценного вида энергии или вещества.

Формальное определение первичных понятий всегда сложно. Определяя энергию как способность производить работу, мы с самого начала допускаем ошибку: энергия — не способность, а нечто, обладающее способностью. Не смотря на это, мы пользуемся этим определением, понимая и признавая его неполноценность. Энтропия есть мера беспорядка, негэнтропия — мера порядка, организованности. Но определения организованности в физике нет, существует интуитивное восприятие этого понятия. Организованность есть первичная категория.

Организованность, упорядоченность системы — способность предопределять свою перспективу, свое будущее. Разумеется, перспектива системы зависит и от среды. Но ведь и способность системы совершать работу зависит от среды, что не влияет на определение энергии.

Чем беспорядоченнее система, тем больше зависит ее перспектива от случайных факторов (внутренних и внешних). Повышение упорядоченности означает увеличение зависимости между факторами, определяющими поведение (состояние) системы. Применительно к внешним случайным факторам это означает наличие в системе возможностей установления соответствия между свойствами среды и функциями системы. Установление соответствия требует отображения среды в системе.

Таким образом, меру организованности можно понимать как потенциальную меру предсказуемости будущего системы, количественную характеристику возможности предвидения состояния (поведения) системы. Информация об организации системы — это количественная характеристика возможности предвидения ее состояния (поведения) на соответствующем уровне детализации системы. Информация о среде — количественная характеристика возможности предвидения воздействия среды. Информация об организации системы составляет часть ее внутренней информации.

В теории информации рассматривают синтаксический, семантический и прагматический аспекты информации.

На синтаксическом уровне рассматриваются внутренние свойства текста (структура), т.е. отношение между знаками (алфавита), отражающие структуру данной знаковой системы.

На семантическом уровне анализируются отношения между знаками и обозначаемыми ими предметами, действиями, качествами, т.е. смысловое содержанием текста.

На прагматическом уровне рассматриваются отношения между текстом и тем, кто его использует, т.е. ценность информации для потребителя. При этом информацию оценивают как и любой продукт по тем потребительским свойствам, которыми она обладает (например, содержательностью информации, удобством для восприятия, своевременностью). Кроме того, ценность информации характеризуется ее актуальностью, надежностью, достоверностью.

Часто ценность информации выражается через приращение вероятности достижения цели: если до получения информации вероятность достижения цели была p0, а после получения информации — p1, то величина ценности информации определяется по формуле Харкевича:

I0 = log2(p1/p0).

Очевидно, что она может быть и отрицательной, если p1 < p0

Информация со временем снижает свою ценность. Возможны 2 причины:

1. обесценение информации в конечном источнике по мере ее использования;
2. старение информации, из-за задержки при ее передаче и переработке.

При информационном подходе исследуемая система в наиболее абстрактном виде может быть представлена иерархической структурой, на нижнем уровне которой находятся участки технологического процесса, а на более высоких — узлы управления, связанные с объектами управления и между собой каналами связи.

Первый информационный уровень — это уровень непосредственного управления технологическими операциями, который осуществляют рабочие и автоматы (роботы). На следующих образуются производственно- технологические подразделения (участки, цехи) и предприятия. В зависимости от поставленных задач исследователь сам определяет количество уровней в системе, существо каждого элемента структуры системы и их количество.

Информация, циркулирующая в системе может проявляться в 3-х формах:

* осведомляющая — движущаяся преимущественно от объектов управления к соответствующим узлам управления (как правило, осведомляющая информация передается по каналам обратной связи);
* управляющая — движется в обратном направлении и содержит указания, директивы и т.п.;
* преобразующая — определяет закономерности поведения узла управления и алгоритмы функционирования его отдельных элементов.

Узлы управления преобразуют осведомляющую информацию в управляющую с помощью преобразующей информации, заключенной в структуре и алгоритмах узла управления.

По мере движения вверх по иерархии информация постепенно обобщается, преобразуется в различных узлах управления и поступает в находящийся на вершине иерархии главный узел управления.

Этот узел, используя полученную осведомляющую информацию, генерирует управляющую информацию, которая двигаясь вниз детализируется в нижележащих узлах. Чем меньше требуется информации от вышестоящих узлов для формирования информации управления в некотором i-ом узле, тем более автономен этот узел.

Для достижения цели и подцелей управления (реализации дерева целей) весьма важно, чтобы в соответствующие узлы управления стекалась только ценная информация и чтобы ее было достаточно. Поэтому в процессе управления сложными системами на первый план выступают смысловые и ценностные характеристики информации.

Осведомляющая и управляющая информация может генерироваться и потребляться как внутри системы управления, так и вне ее, образуя информационные потоки, связывающие систему управления с внешней средой.

Фактически информационные потоки системы являются отображением функциональной и структурной организации изучаемого объекта в ракурсе механизма принятия решений внутри системы.

К параметрам информационных потоков относят:

1. общее время реагирования;
2. интенсивность;
3. избыточность;
4. дублирование;
5. нестабильность;
6. погрешность;
7. формы представления.

Для количественной оценки информационных потоков в экономических системах известны следующие характеристики:

1. коэффициент трансформации x/y, где x — число входных показателей, а y — число выходных показателей, имеющих размерность потока за определенное время- час, день, месяц, год. В вертикальных связях данный коэффициент получил название коэффициента сжатия.
2. коэффициент комплексности ∑ki/x, где ki — число участий входного показателя i в разработке других показателей.
3. коэффициент стабильности c/x, где c — число оставшихся неизменными за определенный период показателей (показывает степень устойчивости информационных массивов).

При информационном описании систем принято также использовать понятие количество разнообразия. При одном единственном состоянии системы разнообразие отсутствует, оно появляется, как минимум, при наличии двух возможных состояний изучаемой системы. В общем случае объект наблюдения А может с некоторой вероятностью находиться в одном из k различных состояний.

Количество разнообразия или неопределенность, характеризующую объект, принято оценивать средневзвешенной величиной логарифмов вероятностей различных состояний (исходов). Меру неопределенности, H(p), или энтропию (по аналогии с известным понятием термодинамики) ввел К. Шеннон:

H(p) = ∑pi⋅Log2(1/pi),

где pi — вероятность i-го состояния системы.

Информация противоположна энтропии, являющейся мерой неопределенности состояний изучаемого объекта. Информация ограничивает разнообразие, снижает энтропию, устраняет неопределенность частично или полностью. По Шеннону, показатель информации о событии равен уменьшению энтропии в системе, вызванной неопределенностью наступления события. Однако не следует забывать, что теория информации разрабатывалась Шенноном для решения задач передачи информации по каналам связи в технических системах, а следовательно, ее применение при информационном описании сложных экономических систем весьма проблематично и в каждом отдельном случае требует отдельного доказательства.

Информация для узла управления проявляется в 2-х видах — как задающая цель и как изменяющая или задающая алгоритм управления. Все это приводит к тому, что информационная структура управления сложной системой является графом с преимущественно упорядоченными вершинами, который лишь в частном случае сводится к иерархическому дереву.

В ходе информационного анализа в системе выделяют уровни иерархии управления, отдельные узлы управления (информационные элементы) и связывающие их потоки информации. Вся система представляется в виде направленного графа, вершинами которого служат узлы управления, а ребрами — информационные потоки. Направление ребер соответствует направлению информационных потоков. Поскольку потоки управляющей и осведомляющей информации имеют, как правило, противоположную направленность, то в общем случае строится 2 графа.

Движение информации в экономической системе носит довольно сложный характер и полностью отражает иерархическую структуру экономического объекта (см. рис.).

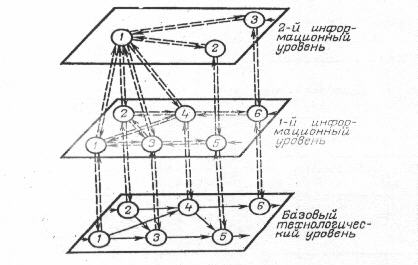


Рис. — Движение информации в экономической системе

Результатом информационного описания системы является:

1. определение состава информационных элементов,
2. состава и структуры информационных потоков между ними,
3. количество и ценность информации, поступающей (исходящей) в (из) информационных элементов;
4. алгоритмов преобразования информации в соответствующих информационных элементах.

Совокупность функционального, морфологического и информационного описаний позволяет отразить главные свойства систем.

Функциональные процессы в системе тесно связаны с информационными. Источником информации для функционирования системы является внутренний ресурс и среда, а носителем — вещество (морфологическая информация) и энергия (сигналы). Восприятие и использование информации из среды также требует внутренней информации.

Пример 1. При износе механической детали или электронного блока теряется информация (потери вещества могут быть либо незначительными, либо вовсе отсутствовать). Заменить деталь исправной означает восполнить информационную потерю системы (в данном случае при помощи системы более высокого порядка). Априорная информация заключена в остальных деталях (блоках) системы, которые предполагаются исправными и без которых новая деталь бесполезна.

Пример 2. Живые существа воспринимают морфологическую информацию через пищу и используют ее для восстановления и развития организма. Информация, определяющая функции пищеварения и усвоения морфологической информации, сосредоточена главным образом в ДНК, РНК и ферментах пищеварительных органов.

Пример 3. Человек воспринимает образную и семантическую информацию, поступающую от рецепторов, благодаря понятийному и категорийному аппарату, выработанному ранее. Язык эмоций категорий искусства не может быть выражен ни на каком естественном или формальном языке. Искусство требует для восприятия априорных данных, т.е. определенной подготовки. Фраза «Истинное искусство понятно всем» означает только то, что эстетическое наслаждение, порождаемое некоторыми видами искусства, основано на весьма распространенных и легко усваиваемых понятиях, возникающих у человека в ранние годы жизни в процессе общения с природой и другими людьми. Ассоциация возникает в процессе формирования личного опыта: «Запах может напоминать нам весь цветок, но только если он был нам ранее известен». Общественное мнение формируется на основании обобщенных наблюдений и укоренившихся представлений.

Существует экстремальная зависимость количества воспринимаемой информации от количества априорной информации. При нулевой и бесконечной априорной информации из носителя черпается нулевая информация. Существует некоторое значение априорной информации, при котором усваивается максимальная информация. Для максимального усвоения, морфология носителя априорной информации должна быть достаточно близкой к морфологии носителя новой информации (элементы новой детали должны сопрягаться с остальными деталями машины).

Результатом структурного, функционального и информационного описания системы должно быть полное представление о механизме ее функционирования. Особенности системного подхода в данном случае заключаются в следующем:

1. при системном рассмотрении объектов мы получаем информацию о связи их возможных состояний с состояниями других объектов;
2. применение системного подхода в отдельных случаях дает неискаженное представление об истинном механизме функционирования системы, что является лучшей альтернативой распространенному методу "черного ящика";
3. при рассмотрении практически любого объекта обнаруживаются определенные ограничения, накладываемые на его возможные состояния. Эти ограничения являются важным фактором, воздействующим на процесс управления объектом. Применение системного подхода позволяет максимально уточнить модель ограничений состояния объекта путем учета ограничений, накладываемых структурой и механизмом функционирования системы на возможные состояния объекта;
4. при решении задач планирования и оптимизации относительно сложных систем применение системного подхода дает решение, оптимальное именно при учете системного характера рассматриваемого объекта, которое может качественно отличаться от решения, полученного без применения системного подхода.
5. ***Консультация №2***

### **Лекция 7: Основы теоретико-множественного описания и анализа систем**

#### Система объекта

Объектом познания является часть реального мира, которая выделяется и воспринимается как единое целое в течение длительного времени. Объект может быть материальным и абстрактным, естественным и искусственным. Реально объект обладает бесконечным набором свойств различной природы. Практически в процессе познания взаимодействие осуществляется с ограниченным множеством свойств, лежащих в приделах возможности их восприятия и необходимости для цели познания. Система объекта задаётся на множестве отобранных для наблюдения свойств. Процедура задания системы включает ряд операций: назначение переменных, параметров и канала наблюдения.

Каждому свойству объекта назначается переменная, с помощью которой суммируется изменение проявлений свойства. Множеству наблюдаемых проявлений свойства ставится в соответствие множество значений переменной.

D: Si = [Si,j, j={1,N}] → Xi = [Xi,j,j={1,N}],

где Si — i-ое свойство, Xi — переменная.

Процедура наблюдения свойств объекта включает базу и канал наблюдения. Под базой наблюдения понимается признаки различения одного проявления свойства от другого. Типовыми базами являются время, пространство, группа и их комбинации. Операционное выражение базы будем познавать параметром наблюдения. Операцию назначения значению параметра значения переменной назовём каналом наблюдения. В этом смысле необходимо различать чёткий и нечёткий канал наблюдения. Чёткий канал назначает одному значению параметра одно значение переменной. В этом случае система задаётся на чётком множестве значений переменных. В нечётном канале наблюдения не существует однозначного решения о том, какое значение переменной назначить определённому значению параметра. Поэтому система задаётся в виде нечётких множеств состояний переменных.

Формально система может быть представлена в виде множества:

S = (X, T, R, Z),

где X — множество переменных, T — множество параметров, R — отношения на множества X и T, Z — цель исследований.

Отношения между переменными и параметрами здесь понимаются в самом широком смысле, включая как ограничение, сцепление, соединение и т.д. В дальнейшем изложении материала смысл отношений будет ограничен понятиями следующего вида:

1. Отношения эквивалентности, имеющее смысл «соседства» значений переменных системы на полном множестве состояний;

X1,j, X2,p, ..., Xk,c ∈ C1

где Xk,n — значение k-ой переменной.

1. Отношения упорядоченности переменных по роли, вкладу и т. д в достижение цели

C2 ⊂ X×X

1. Отношения упорядоченности переменных на множестве параметров

D ⊂ X×T

1. Отношения упорядоченности вида

Э ⊂ C1×C2×D

Эти виды отношения отражают соответственно структурные (C1,C2), динамические (X) и интегративные свойства системы (Э), которые объединяют структурные и динамические (качество, эффективность, безопасность, живучесть и т.д.).

#### Структура системы

Под структурой системы понимается устойчивое множество отношений, которое сохраняется длительное время неизменным, по крайней мере в течение интервала наблюдения. Структура системы опережает определенный уровень сложности по составу отношений на множестве переменных и их значений или что эквивалентно, уровень разнообразий проявлений объекта.

Для приведенных уровней разнообразия справедливо соотношение S4CS3CS2CS1.

Формально структура представляет упорядоченности переменных и их значений по некоторому заданному относительно цели фактору. Физически (если такая интерпретация возможна) структура представляет аналитические и функциональные связи между элементами системы.

#### Полное множество состояний системы

В системе заданной на множестве переменных X = [Xn, i={1,N}], каждая переменная изменяет свое значение в некоторой области значений заданной множеством физически различных значений Xn ={1,N}[Xn,k, k={1,N}]. Зафиксированное значение всех переменных относительно одного значения параметра представляет вектор состояния системы

Ci = [α1,k1, X2,k2, ..., XN, kN]

Множество всех возможных векторов состояний C = [Ci , i={1,|C|}], образует полное множество состояний, где |C| = ∏kn

Реально состояние системы не равнозначны. Одни более, другие менее предпочтительны, другие запрещены. Это обстоятельство задается в виде функции ограничения.

#### Функция ограничения на полном множестве состояния

Состояние системы на полном множестве состояний неравнозначны. Одни состояние более другие менее предпочтительны, третьи практически не осуществлены. Неравнозначность состояния задается в виде функции ограничения. В общем случае она представляет собой отображение полного множества состояний:

f0: C → P,

где Р — заданное множество.

Предположим, что на множестве интервалов наблюдений объекта для функции ограничения справедливо условие:

f0 = 1, если с ⊂ C^,

f0 = 0, если с П ¬in; C^,

где с — вектор состояния системы, C^ — подмножество полного множества состояний.

В этом случае функция ограничения образует замкнутое множество состояний C^. Такие системы будем называть замкнутыми. В обратном случае, когда от интервала к интервалу наблюдения состав элементов C^ меняется, т.е. функция ограничена для интервалов наблюдений, f0i ≠ f0j не множественны, то система будет разомкнутой.

Рассмотрим отображение в интервале наблюдения Т множества моментов времени измерений примененных на множестве наблюдаемых состояний C^.

f0 : C^ → Т, Т → C^

Здесь возможны два случая. В одном отображение однозначно, в другим — многозначно.

В случае однозначного отображения, т.е. когда одному значению времени соответствует только одно состояние системы, последняя будет детерминированной. Если отображение многозначно, т.е. одному значению времени допускается два и более состояний, то система будет стохастической.

Для детерминированной системы функция ограничения имеет вид:

f0 = 1, если при t = ti, C = Ci

f0 = 0, если при t = ti, C ≠ Ci

У стохастической системы в момент наблюдения t = ti состояние системы С ∈ C^ является случайным. Ограничение полного множества состояний системы в этом случае задается нечеткими функциями типа вероятности, возможности, правдоподобности и др. В общем случае они представляют отображения вида:

f0 : |С| → [0,1]

При выборе функции ограничения исходят из соотношения мощности полного множества состояний |С| и мощности множества моментов наблюдения |Т|. Если |С| ≤ |Т|, то предпочтительной является функция вероятности. В обратном случае |С| ≥ |Т|, предпочтительней функция возможностей.

Функция вероятности задается в следующем виде:

Р = [Pt , t = {1,|T|}],

где Pt< = Nk/∑Nk

Nk — число наблюдаемых состояний Ck.

|Т| = ∑Nk — общее число наблюдений

Функция возможности определяется следующим образом:

W = [Wk, k={1,k}]

Где Wk = Nk/max Ni, i ∈ |С|

Из приведенных формул видно, что в первом случае наблюденное число состояний системы Ck нормируется относительно общего числа наблюдения |Т|, во втором относительное число состояний с наибольшим значением.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ck** | **О1** | **О2** | **О3** | **Nk** | **Pk** | **Wk1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0-1 | 0,532 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 5 | 0,05 | 0,173 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 20 | 0,2 | 0,164 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 5 | 0,05 | 0,175 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 06 |
| 6 | 1 | 0 | 1 | 30 | 0,3 | 1,07 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 10 | 0,1 | 0,338 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 20 | 0,2 | 0,61 |
|  | | | | ∑Nk=100 | ∑Pk=1 | SWk≠1 |

#### Мера нечеткости множества состояний системы

У стохастических систем полное множество состояния с позиции их допустимости представляет собой нечеткое множество.

При этом уровень нечеткости может меняться в значительных приделах. Например, если вероятности состояний P(Ci) = P(Cj) равны, то он максимальный, а при уровне P(Ci) = 1 он минимален. Поэтому естественно надо ввести меру нечеткости полного множества состояний уровня нечеткости.

Для вероятностных систем нечетность задается через множество вероятностей состояния системы в виде отображения

H : P → [0, ∞]

В качестве меры уровня нечеткости принята энтропия [ ]. Она определяется по формуле:

H = −∑p(Ci)logp(Ci)

Из этой формулы видно, что если p(Ci) = 1, то Н = 0, при p(Ci) = 1/|C| H = log2|C|.

Таким образом, величина энтропии монотонно меняется в пределах:

0 ≤ Н ≤ log2|C|

Для систем с поперечным множеством состояний можно ввести нормированную энтропию:

H^ = H/log2|C|

Ее величина меняется в области значений

0 ≤ Н^ ≤ 1

Для возможностных систем аналогично нечеткость вводится через множество возможностей. А мера уровня нечеткости через возможностную энтропию. С формулами расчета этой энтропии можно познакомиться в работе [ ].

Рассмотрим систему на множестве интервалов наблюдения [T1, T2, T3, ...]. В этом случае возможно, что от интервала наблюдения Hi = Hj, уменьшает [H1 > H2 > H3 > ...] или возрастает [H1 < H2 < H3 < ...]. В зависимости от характера интервалов энтропии на множестве интервалов наблюдения различают системы:

* закрытые, если [H1 < H2 < H3 < ...]
* открытые, если [H1 ≥ H2 ≥ H3 ≥ ...]

#### Системная сложность

Системная сложность рассматривается как условие для системных задач в виде предпочтения на множестве вариантов систем объекта. Мера системной сложности в этом смысле представляет размерность варианта задачи, по которой определяется временная и пространственная функция сложности алгоритма решения задачи, придел практической разрешимости задачи.

Анализ системной сложности должен дать ответ на следующие фундаментальные вопросы. Во-первых, о разрешимости. Если задача неразрешима, то необходимо ее переформулировка. Во-вторых, следует определить класс сложности задачи. Класс сложности задачи можно определить следующим показателями: приделом Бремермана, приделом возможностей вычислительной техники, приделом сложности варианта системы объекта.

#### Предел Бремермана

Для решения системной задачи данные о системе объекта необходимо физически закодировать. Общим способом кодирования данных является их представление в виде энергетических уровней величиной ΔЕ энергии решения системной задачи данные о системе объекта Е, которой мы располагаем. Число энергетических уровней согласно принципу в этом случае будет равно N = E/ΔE. Максимальное число физически разрешимых уровней для заданного количества энергии определяется неопределенности Гейзенберга. Согласно этого принципа величина уровня должна удовлетворять условию ΔE•Δt ≥ h, где Δt — длительность интервала наблюдения h = 6•6,25•10-27 эрг/c — постоянная Планка. Из этого следует:

N ≥ E•Δt/h

Тогда с учетом формулы Энштейна Е = mc2 (где с = 3•1010 см/c — скорость света, m — количество массы), получим:

N = mc2•Δt/h

Отсюда следует, что измеритель массой 1 г за время 1 сек может обработать не более N = 1,36•1047 бит данных.

Представим гипотетический измеритель массой равной массе Земли m = 6•1027 г. Этот измеритель за время равное времени существования Земли q 10 лет смог бы обработать порядка 1093 бит данных. Это число обычно называют пределом Бреммермана.

#### Вычислительная сложность задачи

Предел Бреммермана дает оценку сложности задачи с точки зрения объекта данных, который необходимо обработать для решения задачи. Однако возможны условия, при которых задача может находиться за пределом Бреммермана, но практически неразрешимой. Причиной этого является размерность временной и пространственной функцией вычисления, под которым понимается соответственно время и объект памяти ЭВМ, которые необходимы для реализации алгоритма.

Разбор этих вопросов выходит за пределы нашего предмета и рассматривается в общей теории алгоритмов.

#### Мера сложности системы

Понятие «сложность объекта» как части внешнего мира (окружающей среды) широко используется в философии и естествознании. Следует различать две модификации сложности: (когда свойства целого сводится к сумме свойств составных элементов) и неоддитивную сложность-целостность, свойство которой не сводится к сумме свойств ее элементов. Та или другая модификация используется в зависимости от условий и задачи. Соответственно разработаны два основных принципа оценки сложности. В основе первого лежит оценка объекта информации необходимой для описания системы объекта. В основе второго — объекта информации необходимой для разрешения нечеткости (неопределенности) системы.

Описание аддитивной или иначе дескриптивной сложности сводится к оценке числа элементов системы, их состояний и отношений между ними. Информация необходимая для списания этой модификации сложности понимается в синтаксическом смысле. Поэтому эту модификацию иначе называют дескриптивная сложность. Мера дескриптивной сложности I(X1) должно удовлетворять следующим условиям

1. I(ф) = 0
2. Если X1 ⊂ X2, то I(X1) < I(X2)
3. Если X1 и X2 изоморфны, то I(X1) = I(X2)
4. Если X1 ∩ X2 = ∅,то I(X1 ∩ X2) = I(X1)+I(X2)

Дескриптивная мера сложности обеспечивает потребности решение системных задач, объектом которых являются детерменированные системы. Однако в классе недертеминированных систем эта мера сложности уже неприемлема, так как она не позволяет учесть сложность, которую вносит нечеткость стохастической системы. В этом случае необходимо использовать другой принцип оценки сложности в виде объема информации необходимого для разрешения нечеткости полного множества состояний. Здесь также имеется в виду синтаксическая информация. Однако оценка ее объекта основывается на мерах нечеткости. Сложность систем с этой позиции изучалась с разных сторон. Однако наиболее конструктивными представляются результаты, полученные в теории информации.

В теории информации достаточно хорошо разработан механизм оценки сложности вероятностных систем на основе статистической меры количества информации предложенной К.Шенноном. Здесь за количество информации необходимого для описания системы принимается величина равная энтропии системы. Рассмотрим ряд важных энтропийных оценок сложности на принципе решения задач.

1. Пусть система S содержит N переменных, каждая переменная имеет К состояний, и пусть все состояния системы равновероятны. У такой системы мощность полного множества состояний равна |C| = kN, вероятностная функция ограничений имеет вид P = {Pi = Pj = 1/kN}. В этом случае энтропия будет равна

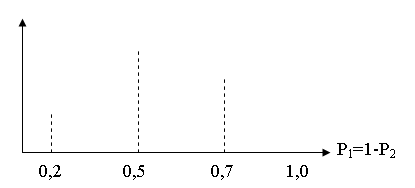
H = N•log(K)

Нетрудно видеть следующее. Для систем S(N1,K) и S(N2,K), если N1 > N2, то H1 > H2, для системы S(N1+N2,K), H = H1+H2.Для систем S(N,K2), если K1 > K2, то H1 > H2.

Из этого следует, что энтропийная мера сложности обладает всеми свойствами дискриптивной сложности.

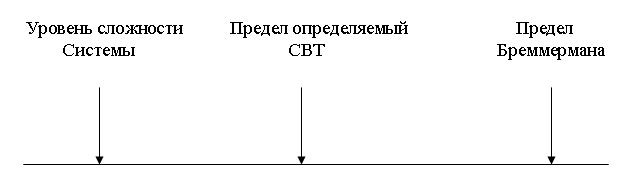
2. Пусть даны системы S1, S2, S3, состоящие из одной переменной с двумя состояниями, т.е. К=1, N=2. Вероятностные функции ограничения полного множества состояний соответственно имеют вид P1=(P1=0,2, P2=0,2), P2=(P1=0,5, P2=0,5), P3=(P2=0,7, P2=0,3).

На рис. показаны значения энтропий для этих систем.



Как видим три системы, обладающие одинаковым множеством элементов и состояний, имеют разные уровни энтропийной сложности. Следовательно, энтропийная мера сложности учитывает количественные свойства элементов, что не позволяет сделать дескриптивное.

#### Классы систем



#### Методы упрощения систем

В ходе решения системных задач по разным причинам могут возникать потребности упрощения системы. Такими причинами являются сложность физической интерпретации результатов решения задачи, малый объем наблюдений или недостаточные вычислительные и временные ресурсы.

Известно два основных подхода к упрощению систем: сокращение множества переменных и объединение состояний системы в классы эквивалентности.

В общем виде задача упрощения состоит в следующем. Для системы заданной на множестве переменных X с полным множеством состояний С необходимо найти вариант упрощенной системы на подмножестве переменных X' ⊂ X или подмножестве состояний C' ⊂ C.

При исключении переменных общее число возможных вариантов упрощения равно

ЛX = 2|X| - 2

Рассмотрим систему из трех переменных X1, X2, X3. Варианты упрощения системы путем исключения переменных приведены на рис.

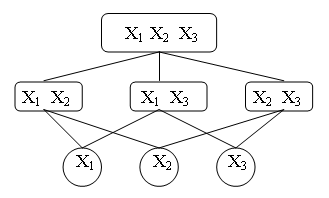


Рис. — Упрощение системы путем исключения переменных

При объединении состояний системы в классы эквивалентности общее число вариантов упрощения равно

ЛC = ∑Лi|C|

Целью упрощения является смещение уровня сложности системы при сохранении минимума нечеткости. Оба эти условия противоречивы. Поэтому выбор подходящего варианта необходимо производить по близости функций ограничения на полном множестве состояний исходной и упрощенной систем.

Рассмотрим функцию ограничения упрощенной системы. Пусть Х и X1 ⊂ X', f и f' соответственно множество переменных и функции ограничения на множестве состояний исходной и упрощенной системы. Полное множество состояний С' упрощенной системы есть проекция вида

C' = ПрX'•C

Поэтому функция ограничения f ' также является проекцией

f' = ПрХ•f

Рассмотрим пример. Пусть дана система на множестве переменных X1, X2, X3, X4.В таблице приведено полное множество состояний и значение функций ограничения. Выберем вариант упрощения (X1 X2 X3 X4) → (X1 X2). У упрощенной системы состояние Ci включает состояния C1, C2, C3 исходной системы, состояние C'2 состояния C4, C5, C'3 состояния C6, C7, C8.

|  |
| --- |
|  |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **Ci** | **X1** | **X2** | **X3** | **X4** | **fi** | | **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2 | | **2** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0,2 | | **3** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0,1 | | **4** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0,1 | | **5** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,1 | | **6** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0,1 | | **7** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0,1 | | **8** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,1 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | **C'** | **X1** | **X2** | **f'i** | | **1** | 0 | 0 | 0,2+0,2+0,1=0,52 | | **2** | 0 | 1 | 0,1+0,1=0,23 | | **3** | 1 | 0 | 0,1+0,1+0,1=0,34 | |

Полное множество состояний упрощенной системы и значение функции ограничения приведены в табл.

Аналогичным образом может быть найдена функция ограничения в случае упрощения путем объединения состояний системы в классы эквивалентности.

Близости функций ограничения может быть выражена через метрическое расстояние между ними. Существует много разных типов метрический расстояний. Поэтому ограничимся рассмотрением двух следующих модификаций.

Класс расстояний Минковского определяется следующей формулой [].

Структурированная система.

Структурирование системы заданной на множестве переменных Х представляет собой разделение исходного множества переменных на подмножества Xi ⊂ X. Подмножество структурированной системы будет называть подсистемами структурированной системы.

Подмножество структурированной системы должны удовлетворять следующим условиям.

1. Все подмножества задаются на одном параметрическом множестве.
2. Каждое подмножество Хi имеет общие переменные хотя бы с одним подмножеством т.е. справедливо следующее

X1 ∩ (X2 ∪ X3 ∪ Xm) ≠ ∅

X2 ∩ (X1 ∪ X3 ∪ Xm) ≠ ∅

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

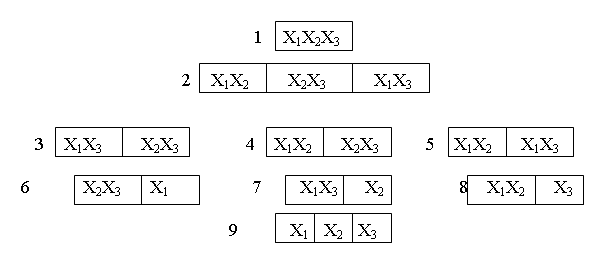
Xm ∩ (X1 ∪ X2 ∪ Xm-1) ≠ ∅

Имеет ряд причин требующих представления системы в виде структурированной. Во-первых нередко формирование системы происходит на множествах наблюдений полученных в разное время и в разных местах. Во-вторых должным образом обоснованная структурированная система может выявлять свойства, которые в явном виде не проявляются в исходной системы. В-третьих высокий уровень сложности системы может потребовать исследования системы по частям. Отсюда вытекают две возможные задачи:

1. Заданы системы на множество [X1, X2, X3, ...]. Требуется сформировать структурированную систему и найти соответствующую исходную систему на множестве X = [X1 ∪ X2 ∪ α3 ∪ ...].
2. Задана система. Требуется найти структурированную систему, которая выявляет равные свойства.

Любая система может иметь множество соответствующих ей структурированных систем.

Пример. Задана система на множестве X = (X1, X2, X3). Соответствующие ей варианты структурированных систем приведены на рис.



В этом множестве вариантов как видно не все удовлетворяют условиям структуризации (6,7,8,9).

Поэтому очевидно, что возникает вопрос, какой вариант структуризации наилучшим образом представляет заданную систему. Здесь возможны различные подходы. В самом общем виде условие выбора варианта можно сформулировать так. Лучшим вариантом структурированной системы является тот, который использует всю информацию исходной системы и не содержит ни какой другой.

Для систем, у которых определена функция поведения, это условие можно определить как принцип максимума нечетности. Конкретно для систем с вероятностной функцией поведение это принцип максимума энтропии т.е. лучший вариант структурированной системы обладает наибольшей величиной нечеткости или энтропии.

Однако в практических задачах нередко условие может потребовать минимизировать ошибку выбора варианта структуризации. Это условие можно сформулировать, как принцип минимального риска. В его основе лежит сравнение вариантов структуризации по близости функций поведения исходной и структуированной системы.

В ряде работ оценку близости функций поведения двух систем предлагается производить на основе класс метрических расстояний Минковского

d (f1, f2) = ∑ [f1(dk) - f2(dk)]1/p

Функция ограничения полного множества состояний структурированной системы.

Пусть для исходной системы S = (X, T, C, Z) сформирована структурированная система S' = [(X1, X2, ..., Xm), T, Z], где Xi ⊂ X. Каждую подсистему заданную на подмножестве αi можно рассматривать как вариант упрощения исходной путем исключения переменных. Тогда если исходная система имеет функцию ограничения f, то подсистема будет иметь функцию ограничения вида

fi = ПрXi f

Это соотношение можно конкретизировать исходная система S имеет полное множество состояний С = (Ck, k=1,k), а каждая подсистема Si структуированной системы Ci М C, тогда для значений fi и f

f'(CX) = f(Ck)

Пример. Дана система S' с переменными a1, a2, a3 и функцией поведения fn.Найти функции поведения подсистем S1 и S2 c переменными соответственно a1, a2 и a2, a3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | dk | a1 | a2 | a3 | fn(dk) | | 1 | 0 | 0 | 0 |  | | 2 | 0 | 0 | 1 |  | | 3 | 0 | 1 | 0 |  | | 4 | 0 | 1 | 1 |  | | 5 | 1 | 0 | 0 |  | | 6 | 1 | 0 | 1 |  | | 7 | 1 | 1 | 0 |  | | 8 | 1 | 1 | 1 |  | |  |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | d'k | a1 | a2 | f' | |  | 0 | 0 | fn(1)+fn(2)= | |  | 0 | 1 | fn(3)+fn(4)= | |  | 1 | 0 | fn(5)+fn(6)= | |  | 1 | 1 | fn(7)+fn(8) | |
|  |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | d''k | a2 | a3 | f'' | | 1 | 0 | 0 | fn(1)+fn(5)= | | 2 | 0 | 1 | fn(2)+fn(6)= | | 3 | 1 | 0 | fn(3)+fn(7)= | | 4 | 1 | 1 | fn(4)+fn(8)= | |

Пример. Даны три системы S1, S2, S3 с переменными (a1, a2), (a2, a3), (a1,a3) с функциями поведения fn', fn'', fn'''. Найти функцию поведения fn системы S с переменными (a1 a2 a3).

Из уравнения fX(d) = ∑ f(d) следует система уравнений

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | d' | a1 | a2 | fn' | |  | 0 | 0 | 0,4 | |  | 0 | 1 | 0,3 | |  | 1 | 0 | 0,2 | |  | 1 | 1 | 0,1 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | d'' | a2 | a3 | fn'' | |  | 0 | 0 | 0,4 | |  | 0 | 1 | 0,2 | |  | 1 | 0 | 0,1 | |  | 1 | 1 | 0,3 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | d''' | a1 | a3 | fn''' | |  | 0 | 0 | 0,4 | |  | 0 | 1 | 0,3 | |  | 1 | 0 | 0,1 | |  | 1 | 1 | 0,2 | |
| 1. fn'(1) = fn(1) + fn(2)  2. fn'(2) = fn(3) + fn(4)  3. fn'(3) = fn(5) + fn(6)  4. fn'(4) = fn(7) + fn(8) | 5. fn''(1) = fn(1) + fn(5)  6. fn''(2) =  7. fn''(3) =  8. fn''(4) = | 9. fn'''(1) =  10. fn'''(2) =  11. fn'''(3) =  12. fn'''(4) = |

Подставим в систему уравнений исходные данные для fX(d) и учитывая ограничения

0 ≤ fn(d) ≤ 1

Получим решение в виде неравенства

0,3 ≤ fn(1) ≤ 0,4

Пример. Этот пример содержит описание исследования политической ситуации и уровня цен на бирже США.

* a1 — политическая партия президента. Демократическая-0. Республиканская-1.
* a2 — Большинство в палате представителей. Демократическая-0. Республиканская-1.
* a3 — Большинство в сенате. Демократическая-0. Республиканская-1.
* a4 — Уровень цен на бирже. Падает-0. Растет-1

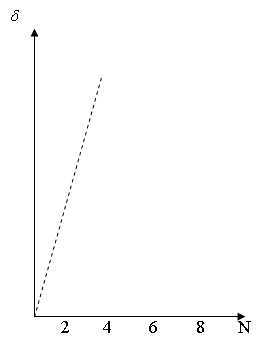
Данные наблюдения регистрировались в период 1897—1921г. каждые 4 года т.е. в 21 интервале. Результаты наблюдения приведены в таблице.

Поскольку имеется 21 наблюдение и 16 состояний системы, т.о. ограничение на множество состояний задается в виде функций распределения возможностей

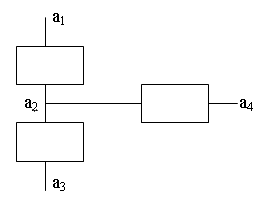
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| d1 | a1 | a2 | a3 | a4 | N(dk) | f(dk)=N(dk)/maxn(dk) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 1,0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0,33 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 0,66 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0,165 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,165 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0,165 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 | 1,0 |

Варианты структурированных систем приведены в таблице в порядке возрастания меры расстояния δ = ∑ (f(dk)-fC(dk))1/p, где fC(dk) функции поведения структурированной системы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N |  | δ |
| 1 | 123/134, 123/13/124/14 124/13 | 0,00072 |
| 2 | 123/13/124 | 0,01383 |
| 3 | 123/124/3 | 0,02774 |
| 4 | 124/3/23 | 0,03335 |
| 5 | 12/3/23/24 | 0,05796 |
| 6 | 1/3/23/24, 12/3/23/4 | 0,16677 |
| 7 | 1/3/23/4 | 0,28058 |
| 8 | 1/23/4 | 0,41389 |
| 9 | 1/2/3/4 | 0,5610 |



Интерпретация результатов решение задачи состоит в следующем. Из графика зависимости меры расстояния δ(f,fC) от варианта структуризации видно, что он имеет характерную точку N=5. Структуированная система для варианта N=5 приведена ниже.



Из рисунка видно переменная a2 является связующим звеном системы т.е. фактором определяющим цены на бирже в наибольшей степени.

#### Характеристическая функция

В системных задачах цель системы находится «в руках» пользователя. Это значит, что с позиции системных свойств цель представляет предпочтительное для пользователя ограничение свойств системы. Из этого следует, что система может рассматриваться относительно любой цели. И любая система в какой-то степени соответствует цели.

Близость действительных и желаемых свойств называется характеристикой системы относительно цели или просто характеристической функцией.

Пусть S множество систем, отличающихся свойствами, которые определяют понятия цели. Характеристическую функцию системы можно представить следующим образом

ω : S × S → [0,1]

Это отображение удобно определить с помощью функции расстояния

ω(S, S9) = 1 - [δ(S, Sk)]/maxkδ(S, Sk)

где S, Sk, S9 S , maxkδ(S, Sk) — максимальное расстояние на множестве S×S.

Используя понятия характеристической функции введем понятие целенаправленной системы. Система S может рассматриваться как целенаправленная относительно заданной цели S9, если ее характеристика больше заданного порога

ω(S, S9) ≥ ω0

Рассмотрим следующую задачу. Предложим, что цель определена с помощью функции поведения f\* на множестве систем S = (S1, S2, ..., Sm) и для них определены функции поведения F = (f1, f2, ..., fm).

Расстояние между системами определяется следующим образом

δ(fi, f\*) = ∑ [fi(dk) - f\*(dk)]1/p

где dk ∈ D — множество состояний системы.

K = |D| — мощность множества состояний.

Пусть система некоторого вычислительного комплекса задана на трех переменных X1, X2, X3 представляющих состояние трех устройств комплекса: Xi = 0, если в момент наблюдения устройство не работает и Xi = 1 в обратном случае.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | б) | в) | г) |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X1 | X2 | X3 | f1 | | 0 | 0 | 1 | 0,15 | | 0 | 1 | 0 | 0,2 | | 1 | 0 | 0 | 0,1 | | 1 | 1 | 0 | 0,25 | | 1 | 1 | 1 | 0,3 | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | X1 | α2 | X3 | X4 | f | | 0 | 1 | 1 | 1 | 0,1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,02 | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,03 | | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,04 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 0,01 | | 1 | 1 | 1 | 0 | 0,25 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,55 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | X1 | X2 | X3 | f2 | | 0 | 1 | 1 | 0,1 | | 1 | 0 | 0 | 0,02 | | 1 | 0 | 1 | 0,03 | | 1 | 1 | 0 | 0,05 | | 1 | 1 | 1 | 0,8 | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | f1\* | f2\* | f3\* | | 0 | 0 | 0,2 | | 0 | 0 | 0,2 | | 0 | 0 | 0,2 | | 0 | 0,5 | 0,2 | | 1 | 0,5 | 0,2 | |

Пусть система некоторого вычислительного комплекса задана на трех переменных a1, a2, a3, представляющих состояния трех его устройств: ai = 1 если в момент наблюдения устройство работало, ai = 0 в обратном случае.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a1 | a2 | a3 | f1 | a1 | a2 | a3 | a4 | f | a1 | a2 | a3 | f2 | f1\* | f2\* | f3\* |
| 0 | 0 | 1 | 0,15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0,1 | 0 | 1 | 1 | 0,1 | 0 | 0 | 0,2 |
| 0 | 1 | 0 | 0,2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0,02 | 1 | 0 | 0 | 0,02 | 0 | 0 | 0,2 |
| 1 | 0 | 0 | 0,1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0,03 | 1 | 0 | 1 | 0,03 | 0 | 0 | 0,2 |
| 1 | 1 | 0 | 0,25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0,04 | 1 | 1 | 0 | 0,05 | 0 | 0,5 | 0,2 |
| 1 | 1 | 1 | 0,3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0,01 | 1 | 1 | 1 | 0,8 | 1 | 0 | 0,2 |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0,25 |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0,55 |

Множество состояний этой системы и функция поведения приведены в таблице а). Добавим к комплексу еще одно устройство, которое представлено переменной X4. Множество состояний новой системы состоящей из четырех переменных (X1, X2, X4) и ее функция поведения представлены в таблице б). Используя понятие структурированной системы, найдем для подсистемы Sn=(X1 X2 X3) системы S=(X1 X2 X3 X4) функцию поведения по формуле

f(dk) = f(dx)

Ее значение приведено в таблице в). В таблице г) приведены три целевых функции f1\*, f2\*, f3\*.

Теперь найдем характеристические функции системы S=(X1 X2 X3) относительно целевой функции поведения f1\*, f2\*, f3\*. Они имеют значения

ω(f1, f1\*) = 0,3; ω(f1, f2\*) = 0,55; ω(f1, f3\*) = 0,85.

И для системы S = (X1 X2 X3 X4). Они имеют соответственно следующие значения

ω(f2, f1\*) = 0,8; ω(f2, f2\*) = 0,55; ω(f2, f3\*) = 0,27.

Сравнивая изменения значение функции за счет добавлений переменной X4

Δωi = ω(f2, fi\*)  — ω(f1, fi\*)

Получим соответственно значения Δω1 = 0,5, Δω2 = 0 и Δω3 = -0,58. Эти значения показывают следующее. Относительно цели f1\* переменная X4 является переменной выбора цели, относительно f2\* не является переменной выбора цели и для цели f3\* является переменной уклонения от цели.

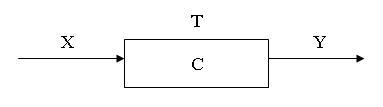
Таким образом, приведенный пример показывает, что введенное понятие характеристической функции системы представляет собой инструмент системного анализа, который позволяет решить задачи оценки целенаправленности систем и оценки роли, переменных в обеспечении целенаправленности.

#### Динамическая система

Динамическая система представляет математическую модель функционирования объекта анализа в пространстве и времени. Чтобы модель охватила широкий класс реальных объектов необходимо исходить из самых общих предположений о характере объекта. Поэтому система определяется в терминах наблюдаемых свойств и взаимосвязи между ними.

Под процессом функционирования понимается изменение состояния системы под действием внутренних и внешних причин. При этом состояние системы в фиксированный момент времени представляет вектор наблюденных значений переменных (проявлений свойств).

Определим динамическую систему в виде отношения на множествах X, Y, T, C.



Множества X и Y представляет воздействия на систему внешней среды и ее реакции. Далее будем их называть входными и выходными переменными. Множество Т представляет множество [t0, t1, t2, ...] множеств времени в интервале наблюдения.

Zi = <a1, m1, a2, m2, ..., aN, mN>

Полное множество состояний системы образует фазовое пространство состояний динамической системы. Изменение состояния системы это переход из одной точки фазового пространства Ci в другую Cj. Он происходит под воздействием входных сигналов Xk ⊂ X. Процесс переходов Ci → Cj → Cc → ... → Cp происходит во времени.

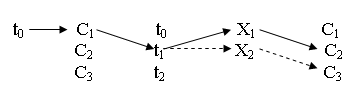
Рассмотрим процесс переходов системы в фазовом пространстве состояний.

Пусть в начальный момент наблюдения t0 система находилась в некотором состоянии, который будем называть начальное состояние Ct0. Множество всех возможных начальных состояний есть декартовое произведение t0 × C. Множество всех возможных входных сигналов в моменты времени t1, t2, ... тоже есть декартово произведение Т × Х.

Множество всех возможных переходов системы в интервале наблюдения под воздействием входных сигналов представляет соотношение вида

(t0 × C) × (T × X) × C

Процесс переходов системы в фазовом пространстве, наблюдаемый во времени, представляет собой множество отношений упорядоченности декартово произведение, что видно из рисунка.



Математическая модель этого процесса имеет вид отображения

P: (t0 × Z) × (t1 × X) → Zt1

В общем случае ее можно записать в следующем виде

Сt = P{(t0, ..., t), Ct0, X},

где Р — множество операторов перехода системы в фазовом пространстве состояний.

Выходная реакция системы в любой момент времени определяется состоянием системы в этот момент времени. Поэтому справедливо следующее соотношение.

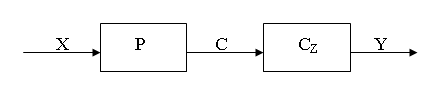
Yt = G{Zt}.

где CZ — множество оператор выходов.

Таким образом, динамическая система представляет собой множество

S = (P, G, X, Y, C, T).

Как следует из соотношений ( и ) это множество можно представить в виде декомпозиции



Наиболее общими свойствами динамических систем являются устойчивость и управляемость.

#### Устойчивость динамических систем

Пусть множество входных воздействий содержат элементы в интервале (-∞; +∞) и пусть p = [pk, k={1,k}] семейство операторов перехода, которые при заданном множестве входных воздействий X^ реализуют полное множество Z^ состояний системы мощностно Z^ = M1 ⋅ M2 ⋅ ... ⋅ MN

Реальный объект имеет вполне определенный оператор переходов pk ⊂ p и находится под воздействием определенного множества входных сигналов X ⊂ X^. Если для заданных Х и pk существует соотношение

Zt = pk{(t0, t), Zt0, X},

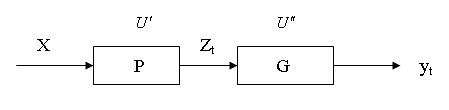
то множество [Zt0, Zt1, ..., Zt] на любом интервале наблюдения является замкнутым, а система

S = [pk, G, X, Y, T]

устойчивой относительно множества входных воздействий Х.

#### Управляемость динамических систем

В общем случае задача управления формируется в следующем виде. Известно множество входных сигналов Х, и семейство операторов перехода Р и выходов G. Задано необходимое значение выхода Yt в момент времени t. Найти управляющее воздействие v ∈ V обеспечивающие выбор операторов перехода p ∈ P и выхода g ∈ G обеспечивающие необходимое yt.



Исходя из общей формулировки задачи управления, необходимо различать управление множеством выходов. Достижение цели управления обеспечивается выбором операторов p и q.

Система является управляемой, если для заданных Xt ⊂ X и Ct ⊂ C, существуют такие Ct0 ⊂ C, что существуют p(C,Xt) ⊂ P или g(Ct,yt).

Отсюда следует, что управление может осуществляться начальным состоянием, операторами переходов и выходов. При этом задача управления сводится к следующему. Известно x ⊂ X, p ⊂ P, g ⊂ G. Задано yt = y ⊂ Y. Необходимо найти v ⊂ V при котором p(ct = c ⊂ C, xt = x ⊂ X) и g(yt = y ⊂ Y, ct = c ⊂ C).

#### Интегративные свойства систем

В предыдущих разделах были рассмотрены структурные и динамические свойства систем, которые не связаны с какой либо физической природой объекта анализа и вытекают из математических свойств абстрактных множеств.

Интегративные свойства систем охватывают структурные и динамические свойства одновременно, носят прикладной характер и базируются на принципах и закономерностях естествознания. Они проявляются на множестве отношений свойств объекта и внешней среды. Т.е. отражают результат их взаимодействий в виде изменений объекта и внешней среды.

Характер взаимодействия объекта и внешней среды может быть различным: сплоченным или разобщенным. При этом соответственно и результаты взаимодействия могут быть положительными и отрицательными. В этом смысле рассмотрим две группы наиболее общих интегративных свойств, связанных с оценкой возможности возникновения положительных результатов (качество и эффективность) и отрицательных результатов (безопасность и живучесть).

#### Качество системы

Качество системы представляет виртуальную оценку возможности получения положительного результата взаимодействия объекта с внешней средой.

Под качеством понимается обобщенная положительная характеристика системы, которая показывает ее полезность для макросистемы, состоящей из двух подсистем: объекта и внешней среды.

Для выражения качество служит показателем качества — положительное свойство системы. Суждение о качестве системы основывается на сравнении показателя качества одной системы с показателем качества другой системы реально существующей или виртуальной. Решение о качестве принимается на основе критерия — правило выбора альтернатив (вариантов).

Рассмотрим следующую задачу. Пусть А  — множество свойств виртуальной системы, т. е. потребностей макросистемы. В — множество свойств системы. Здесь возникают несколько вариантов, представленные на рисунках.

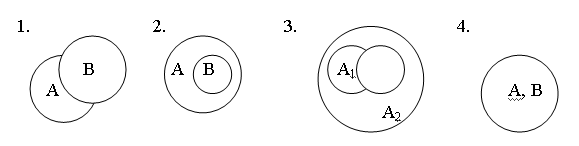


Рис. — Соотношение множеств свойств систем А и A1 и потребностей макросистемы В.

1. Система не удовлетворяет потребностям макросистемы и следовательно непригодна.
2. Система удовлетворяет потребностям по возможности по использование ее ресурса нерационально |А| > |B|.
3. Система A2 удовлетворяет потребностям макросистемы, поэтому она превосходит систему A1.
4. Система пригодна и рационально расходует свой ресурс.

Из рассмотренных примеров вытекают три основных критерия качества системы пригодности, превосходства и оптимальности.

#### Эффективность

Понятие эффективность связано с целенаправленными процессами, т. е. процессом функционирования некоторой системы, которая организуется и проводится для достижения определенной цели, т. е. получение определенного результата.

Характеризуя целенаправленный процесс необходимо различать качества определенных получаемых результатов и качество множества результатов рассматриваемых как единое целое. Последнее характеризует уровень достижения цели. Это свойство будет называться эффективностью целенаправленного процесса (операции).

Свойство обобщенного результата операции условно можно разделить на три группы:

* результативность (целевой эффект)
* ресурсоемкость
* оперативность (расход времени)

Соответственно показатели эффективности отражают одну из групп свойств или совместно все. В этой связи эффективностью называют комплексное свойство целенаправленного процесса.

#### Показатели эффективности

Показатели эффективности должны удовлетворять ряду общих обязательных требований. Основными из них являются: представительность, полнота, стохастичность, простота.

Представительность означает, что эффективность должна оцениваться относительно главной цели операции, а показатель должен иметь прямое отображение цели, характеристик процесса и внешней среды.

Количественная величина показателя должна быть чувствительна к изменению характеристик процесса и случайных факторов во внешней среде. А математическая модель должна обеспечивать проведение необходимых измерений и вычислений в приемлемые сроки.

В общем виде показатель эффективности имеет вид вектора

α = <Rц, Rр, T>

где Rц — целевые эффекты,

Rр — ресурсоемкость, Т — затраты времени.

Поскольку процесс функционирования системы протекает во внешней среде с характеристиками V, состав этих характеристик оказывает влияние на Rц, Rр и Т то реально величина Э представляет множество

Э(V) = [e(un), n={1,N}]

Поэтому цель операции формально можно представить в следующем виде.

Э(V) ⊂ {Эдон.}.

### **Лекция 8: Структура системного анализа**

Общий подход к решению проблем может быть представлен как цикл.

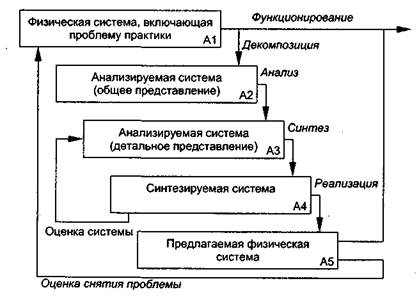


Рис. — Общий подход к решению проблем

При этом в процессе функционирования реальной системы выявляется проблема практики как несоответствие существующего положения дел требуемому. Для решения проблемы проводится системное исследование (декомпозиция, анализ и синтез) системы, снимающее проблему. В ходе синтеза осуществляется оценка анализируемой и синтезируемой систем. Реализация синтезированной системы в виде предлагаемой физической системы позволяет провести оценку степени снятия проблемы практики и принять решение на функционирование модернизированной (новой) реальной системы.

При таком представлении становится очевидным еще один аспект определения системы: система есть средство решения проблем.

Основные задачи системного анализа могут быть представлены в виде трехуровневого дерева функций.



Рис. — Основные задачи системного анализа

На этапе декомпозиции, обеспечивающем общее представление системы, осуществляются:

1. Определение и декомпозиция общей цели исследования и основной функции системы как ограничение траектории в пространстве состояний системы или в области допустимых ситуаций. Наиболее часто декомпозиция проводится путем построения дерева целей и дерева функций.
2. Выделение системы из среды (разделение на систему/«несистему») по критерию участия каждого рассматриваемого элемента в процессе, приводящем к результату на основе рассмотрения системы как составной части надсистемы.
3. Описание воздействующих факторов.
4. Описание тенденций развития, неопределенностей разного рода.
5. Описание системы как «черного ящика».
6. Функциональная (по функциям), компонентная (по виду элементов) и структурная (по виду отношений между элементами) декомпозиции системы.

Глубина декомпозиции ограничивается. Декомпозиция должна прекращаться, если необходимо изменить уровень абстракции — представить элемент как подсистему. Если при декомпозиции выясняется, что модель начинает описывать внутренний алгоритм функционирования элемента вместо закона его функционирования в виде «черного ящика», то в этом случае произошло изменение уровня абстракции. Это означает выход за пределы цели исследования системы и, следовательно, вызывает прекращение декомпозиции.

В автоматизированных методиках типичной является декомпозиция модели на глубину 5-6 уровней. На такую глубину декомпозируется обычно одна из подсистем. Функции, которые требуют такого уровня детализации, часто очень важны, и их детальное описание дает ключ к секретам работы всей системы.

В общей теории систем доказано, что большинство систем могут быть декомпозированы на базовые представления подсистем. К ним относят: последовательное (каскадное) соединение элементов, параллельное соединение элементов, соединение с помощью обратной связи.

Проблема проведения декомпозиции состоит в том, что в сложных системах отсутствует однозначное соответствие между законом функционирования подсистем и алгоритмом, его реализации. Поэтому осуществляется формирование нескольких вариантов (или одного варианта, если система отображена в виде иерархической структуры) декомпозиции системы.

Рассмотрим некоторые наиболее часто применяемые стратегии декомпозиции.

**Функциональная декомпозиция.** Декомпозиция базируется на анализе функций системы. При этом ставится вопрос что делает система, независимо от того, как она работает. Основанием разбиения на функциональные подсистемы служит общность функций, выполняемых группами элементов.

**Декомпозиция по жизненному циклу.** Признак выделения подсистем — изменение закона функционирования подсистем на разных этапах цикла существования системы «от рождения до гибели». Рекомендуется применять эту стратегию, когда целью системы является оптимизация процессов и когда можно определить последовательные стадии преобразования входов в выходы.

**Декомпозиция по физическому процессу.** Признак выделения подсистем — шаги выполнения алгоритма функционирования подсистемы, стадии смены состояний. Хотя эта стратегия полезна при описании существующих процессов, результатом ее часто может стать слишком последовательное описание системы, которое не будет в полной мере учитывать ограничения, диктуемые функциями друг другу. При этом может оказаться скрытой последовательность управления. Применять эту стратегию следует, только если целью модели является описание физического процесса как такового.

Декомпозиция по подсистемам (структурная декомпозиция). Признак выделения подсистем — сильная связь между элементами по одному из типов отношений (связей), существующих в системе (информационных, логических, иерархических, энергетических и т.п.). Силу связи, например, по информации можно оценить коэффициентом информационной взаимосвязи подсистем k = N / N0 , где N — количество взаимоиспользуемых информационных массивов в подсистемах, N0 — общее количество информационных массивов. Для описания всей системы должна быть построена составная модель, объединяющая все отдельные модели. Рекомендуется использовать разложение на подсистемы, только когда такое разделение на основные части системы не изменяется. Нестабильность границ подсистем быстро обесценит как отдельные модели, так и их объединение.

На этапе анализа, обеспечивающем формирование детального представления системы, осуществляются:

1. Функционально-структурный анализ существующей системы, позволяющий сформулировать требования к создаваемой системе. Он включает уточнение состава и законов функционирования элементов, алгоритмов функционирования и взаимовлияний подсистем, разделение управляемых и неуправляемых характеристик, задание пространства состояний Z, задание параметрического пространства Т, в котором задано поведение системы, анализ целостности системы, формулирование требований к создаваемой системе.
2. Морфологический анализ — анализ взаимосвязи компонентов.
3. Генетический анализ — анализ предыстории, причин развития ситуации, имеющихся тенденций, построение прогнозов.
4. Анализ аналогов.
5. Анализ эффективности (по результативности, ресурсоемкости, оперативности). Он включает выбор шкалы измерения, формирование показателей эффективности, обоснование и формирование критериев эффективности, непосредственно оценивание и анализ полученных оценок.
6. Формирование требований к создаваемой системе, включая выбор критериев оценки и ограничений.

Этап синтеза системы, решающей проблему, представлен в виде упрощенной функциональной диаграммы на рисунке. На этом этапе осуществляются:

1. Разработка модели требуемой системы (выбор математического аппарата, моделирование, оценка модели по критериям адекватности, простоты, соответствия между точностью и сложностью, баланса погрешностей, многовариантности реализаций, блочности построения).
2. Синтез альтернативных структур системы, снимающей проблему.
3. Синтез параметров системы, снимающей проблему.
4. Оценивание вариантов синтезированной системы (обоснование схемы оценивания, реализация модели, проведение эксперимента по оценке, обработка результатов оценивания, анализ результатов, выбор наилучшего варианта).

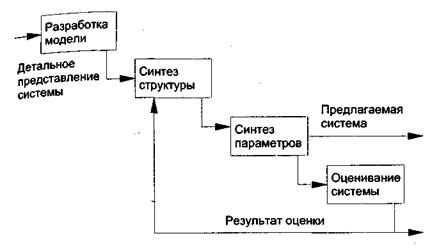


Рис. — Упрощенная функциональная диаграмма этапа синтеза системы, решающей проблему

Оценка степени снятия проблемы проводится при завершении системного анализа.

Наиболее сложными в исполнении являются этапы декомпозиции и анализа. Это связано с высокой степенью неопределенности, которую требуется преодолеть в ходе исследования.

Рассмотрим процесс формирования общего и детального представления системы, включающий девять основных стадий.

#### Формирование общего представления системы

**Стадия 1.** Выявление главных функций (свойств, целей, предназначения) системы. Формирование (выбор) основных предметных понятий, используемых в системе. На этой стадии речь идет об уяснении основных выходов в системе. Именно с этого лучше всего начинать ее исследование. Должен быть определен тип выхода: материальный, энергетический, информационный, они должны быть отнесены к каким-либо физическим или другим понятиям (выход производства — продукция (какая?), выход системы управления — командная информация (для чего? в каком виде?), выход автоматизированной информационной системы — сведения (о чем?) и т.д.).

**Стадия 2.** Выявление основных функций и частей (модулей) в системе. Понимание единства этих частей в рамках системы. На этой стадии происходит первое знакомство с внутренним содержанием системы, выявляется, из каких крупных частей она состоит и какую роль каждая часть играет в системе. Это стадия получения первичных сведений о структуре и характере основных связей. Такие сведения следует представлять и изучать при помощи структурных или объектно-ориентированных методов анализа систем, где, например, выясняется наличие преимущественно последовательного или параллельного характера соединения частей, взаимной или преимущественно односторонней направленности воздействий между частями и т.п. Уже на этой стадии следует обратить внимание на так называемые системообразующие факторы, т.е. на те связи, взаимообусловленности, которые и делают систему системой.

**Стадия 3.** Выявление основных процессов в системе, их роли, условий осуществления; выявление стадийности, скачков, смен состояний в функционировании; в системах с управлением — выделение основных управляющих факторов. Здесь исследуется динамика важнейших изменений в системе, ход событий, вводятся параметры состояния, рассматриваются факторы, влияющие на эти параметры, обеспечивающие течение процессов, а также условия начала и конца процессов. Определяется, управляемы ли процессы и способствуют ли они осуществлению системой своих главных функций. Для управляемых систем уясняются основные управляющие воздействия, их тип, источник и степень влияния на систему.

**Стадия 4.** Выявление основных элементов «несистемы», с которыми связана изучаемая система. Выявление характера этих связей. На этой стадии решается ряд отдельных проблем. Исследуются основные внешние воздействия на систему (входы). Определяются их тип (вещественные, энергетические, информационные), степень влияния на систему, основные характеристики. Фиксируются границы того, что считается системой, определяются элементы «несистемы», на которые направлены основные выходные воздействия. Здесь же полезно проследить эволюцию системы, путь ее формирования. Нередко именно это ведет к пониманию структуры и особенностей функционирования системы. В целом данная стадия позволяет лучше уяснить главные функции системы, ее зависимость и уязвимость или относительную независимость во внешней среде.

**Стадия 5.** Выявление неопределенностей и случайностей в ситуации их определяющего влияния на систему (для стохастических систем).

**Стадия 6.** Выявление разветвленной структуры, иерархии, формирование представлений о системе как о совокупности модулей, связанных входами-выходами.

Стадией 6 заканчивается формирование общих представлений о системе. Как правило, этого достаточно, если речь идет об объекте, с которым мы непосредственно работать не будем. Если же речь идет о системе, которой надо заниматься для ее глубокого изучения, улучшения, управления, то нам придется пойти дальше по спиралеобразному пути углубленного исследования системы.

#### Формирование детального представления системы

**Стадия 7.** Выявление всех элементов и связей, важных для целей рассмотрения. Их отнесение к структуре иерархии в системе. Ранжирование элементов и связей по их значимости.

Стадии 6 и 7 тесно связаны друг с другом, поэтому их обсуждение полезно провести вместе. Стадия 6 — это предел познания «внутрь» достаточно сложной системы для лица, оперирующего ею целиком. Более углубленные знания о системе (стадия 7) будет иметь уже только специалист, отвечающий за ее отдельные части. Для не слишком сложного объекта уровень стадии 7 — знание системы целиком — достижим и для одного человека. Таким образом, хотя суть стадий 6 и 7 одна и та же, но в первой из них мы ограничиваемся тем разумным объемом сведений, который доступен одному исследователю.

При углубленной детализации важно выделять именно существенные для рассмотрения элементы (модули) и связи, отбрасывая все то, что не представляет интереса для целей исследования. Познание системы предполагает не всегда только отделение существенного от несущественного, но также акцентирование внимания на более существенном. Детализация должна затронуть и уже рассмотренную в стадии 4 связь системы с «несистемой». На стадии 7 совокупность внешних связей считается проясненной настолько, что можно говорить о доскональном знании системы.

Стадии 6 и 7 подводят итог общему, цельному изучению системы. Дальнейшие стадии уже рассматривают только ее отдельные стороны. Поэтому важно еще раз обратить внимание на системообразующие факторы, на роль каждого элемента и каждой связи, на понимание, почему они именно таковы или должны быть именно таковыми в аспекте единства системы.

**Стадия 8.** Учет изменений и неопределенностей в системе. Здесь исследуются медленное, обычно нежелательное изменение свойств системы, которое принято называть «старением», а также возможность замены отдельных частей (модулей) на новые, позволяющие не только противостоять старению, но и повысить качество системы по сравнению с первоначальным состоянием. Такое совершенствование искусственной системы принято называть развитием. К нему также относят улучшение характеристик модулей, подключение новых модулей, накопление информации для лучшего ее использования, а иногда и перестройку структуры, иерархии связей.

Основные неопределенности в стохастической системе считаются исследованными на стадии 5. Однако недетерминированность всегда присутствует и в системе, не предназначенной работать в условиях случайного характера входов и связей. Добавим, что учет неопределенностей в этом случае обычно превращается в исследование чувствительности важнейших свойств (выходов) системы. Под чувствительностью понимают степень влияния изменения входов на изменение выходов.

**Стадия 9.** Исследование функций и процессов в системе в целях управления ими. Введение управления и процедур принятия решения. Управляющие воздействия как системы управления. Для целенаправленных и других систем с управлением данная стадия имеет большое значение. Основные управляющие факторы были уяснены при рассмотрении стадии 3, но там это носило характер общей информации о системе. Для эффективного введения управлений или изучения их воздействий на функции системы и процессы в ней необходимо глубокое знание системы. Именно поэтому мы говорим об анализе управлений только сейчас, после всестороннего рассмотрения системы. Напомним, что управление может быть чрезвычайно разнообразным по содержанию — от команд специализированной управляющей ЭВМ до министерских приказов.

Однако возможность единообразного рассмотрения всех целенаправленных вмешательств в поведение системы позволяет говорить уже не об отдельных управленческих актах, а о системе управления, которая тесно переплетается с основной системой, но четко выделяется в функциональном отношении.

На данной стадии выясняется, где, когда и как (в каких точках системы, в какие моменты, в каких процессах, скачках, выборах из совокупности, логических переходах и т.д.) система управления воздействует на основную систему, насколько это эффективно, приемлемо и удобно реализуемо. При введении управлений в системе должны быть исследованы варианты перевода входов и постоянных параметров в управляемые, определены допустимые пределы управления и способы их реализации.

После завершения стадий 6-9 исследование систем продолжается на качественно новом уровне — следует специфическая стадия моделирования. О создании модели можно говорить только после полного изучения системы.

### **Лекция 9: Классификация видов моделирования систем**

Классификация видов моделирования может быть проведена по разным основаниям. Один из вариантов классификации приведен на рисунке.



Рис. — Пример классификации видов моделирования

В соответствии с классификационным признаком полноты моделирование делится на: полное, неполное, приближенное.

При **полном** моделировании модели идентичны объекту во времени и пространстве.

Для **неполного** моделирования эта идентичность не сохраняется.

В основе **приближенного** моделирования лежит подобие, при котором некоторые стороны реального объекта не моделируются совсем. Теория подобия утверждает, что абсолютное подобие возможно лишь при замене одного объекта другим точно таким же. Поэтому при моделировании абсолютное подобие не имеет места. Исследователи стремятся к тому, чтобы модель хорошо отображала только исследуемый аспект системы. Например, для оценки помехоустойчивости дискретных каналов передачи информации функциональная и информационная модели системы могут не разрабатываться. Для достижения цели моделирования вполне достаточна событийная модель, описываемая матрицей условных вероятностей переходов i-го символа алфавита в j-й.

В зависимости от типа носителя и сигнатуры модели различаются следующие виды моделирования: детерминированное и стохастическое, статическое и динамическое, дискретное, непрерывное и дискретно-непрерывное.

**Детерминированное** моделирование отображает процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий.

**Стохастическое** моделирование учитывает вероятностные процессы и события.

**Статическое моделирование** служит для описания состояния объекта в фиксированный момент времени, а динамическое — для исследования объекта во времени. При этом оперируют аналоговыми (непрерывными), дискретными и смешанными моделями.

В зависимости от формы реализации носителя и сигнатуры моделирование классифицируется на мысленное и реальное.

**Мысленное** моделирование применяется тогда, когда модели не реализуемы в заданном интервале времени либо отсутствуют условия для их физического создания (например, ситуация микромира). Мысленное моделирование реальных систем реализуется в виде наглядного, символического и математического. Для представления функциональных, информационных и событийных моделей этого вида моделирования разработано значительное количество средств и методов.

При **наглядном** моделировании на базе представлений человека о реальных объектах создаются наглядные модели, отображающие явления и процессы, протекающие в объекте. Примером таких моделей являются учебные плакаты, рисунки, схемы, диаграммы.

В основу **гипотетического** моделирования закладывается гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта. Этот вид моделирования используется, когда знаний об объекте недостаточно для построения формальных моделей. Аналоговое моделирование основывается на применении аналогий различных уровней. Для достаточно простых объектов наивысшим уровнем является полная аналогия. С усложнением системы используются аналогии последующих уровней, когда аналоговая модель отображает несколько (или только одну) сторон функционирования объекта.

**Макетирование** применяется, когда протекающие в реальном объекте процессы не поддаются физическому моделированию или могут предшествовать проведению других видов моделирования. В основе построения мысленных макетов также лежат аналогии, обычно базирующиеся на причинно-следственных связях между явлениями и процессами в объекте.

**Символическое** моделирование представляет собой искусственный процесс создания логического объекта, который замещает реальный и выражает его основные свойства с помощью определенной системы знаков и символов.

В основе **языкового** моделирования лежит некоторый тезаурус, который образуется из набора понятий исследуемой предметной области, причем этот набор должен быть фиксированным. Под тезаурусом понимается словарь, отражающий связи между словами или иными элементами данного языка, предназначенный для поиска слов по их смыслу.

Традиционный тезаурус состоит из двух частей: списка слов и устойчивых словосочетаний, сгруппированных по смысловым (тематическим) рубрикам; алфавитного словаря ключевых слов, задающих классы условной эквивалентности, указателя отношений между ключевыми словами, где для каждого слова указаны соответствующие рубрики. Такое построение позволяет определить семантические (смысловые) отношения иерархического (род/вид) и неиерархического (синонимия, антонимия, ассоциации) типа.

Между тезаурусом и обычным словарем имеются принципиальные различия. Тезаурус — словарь, который очищен от неоднозначности, т.е. в нем каждому слову может соответствовать лишь единственное понятие, хотя в обычном словаре одному слову может соответствовать несколько понятий.

Если ввести условное обозначение отдельных понятий, т.е. знаки, а также определенные операции между этими знаками, то можно реализовать **знаковое** моделирование и с помощью знаков отображать набор понятий — составлять отдельные цепочки из слов и предложений. Используя операции объединения, пересечения и дополнения теории множеств, можно в отдельных символах дать описание какого-то реального объекта.

**Математическое** моделирование — это процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью. В принципе, для исследования характеристик любой системы математическими методами, включая и машинные, должна быть обязательно проведена формализация этого процесса, т.е. построена математическая модель. Вид математической модели зависит как от природы реального объекта, так и от задач исследования объекта, от требуемой достоверности и точности решения задачи. Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект с некоторой степенью приближения.

Для представления математических моделей могут использоваться различные формы записи. Основными являются инвариантная, аналитическая, алгоритмическая и схемная (графическая).

Инвариантная форма — запись соотношений модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу решения уравнений модели. В этом случае модель может быть представлена как совокупность входов, выходов, переменных состояния и глобальных уравнений системы. Аналитическая форма — запись модели в виде результата решения исходных уравнений модели. Обычно модели в аналитической форме представляют собой явные выражения выходных параметров как функций входов и переменных состояния.

Для **аналитического** моделирования характерно то, что в основном моделируется только функциональный аспект системы. При этом глобальные уравнения системы, описывающие закон (алгоритм) ее функционирования, записываются в виде некоторых аналитических соотношений (алгебраических, интегродифференциальных, конечноразностных и т.д.) или логических условий. Аналитическая модель исследуется несколькими методами:

* аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости, связывающие искомые характеристики с начальными условиями, параметрами и переменными состояния системы;
* численным, когда, не умея решать уравнения в общем виде, стремятся получить числовые результаты при конкретных начальных данных (напомним, что такие модели называются цифровыми);
* качественным, когда, не имея решения в явном виде, можно найти некоторые свойства решения (например, оценить устойчивость решения).

В настоящее время распространены компьютерные методы исследования характеристик процесса функционирования сложных систем. Для реализации математической модели на ЭВМ необходимо построить соответствующий моделирующий алгоритм.

Алгоритмическая форма — запись соотношений модели и выбранного численного метода решения в форме алгоритма. Среди алгоритмических моделей важный класс составляют имитационные модели, предназначенные для имитации физических или информационных процессов при различных внешних воздействиях. Собственно имитацию названных процессов называют имитационным моделированием.

При **имитационном** моделировании воспроизводится алгоритм функционирования системы во времени — поведение системы, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания, что позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определенные моменты времени, дающие возможность оценить характеристики системы. Основным преимуществом имитационного моделирования по сравнению с аналитическим является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и другие, которые часто создают трудности при аналитических исследованиях. В настоящее время имитационное моделирование — наиболее эффективный метод исследования систем, а часто и единственный практически доступный метод получения информации о поведении системы, особенно на этапе ее проектирования.

В имитационном моделировании различают метод статистических испытаний (Монте-Карло) и метод статистического моделирования.

Метод Монте-Карло — численный метод, который применяется для моделирования случайных величин и функций, вероятностные характеристики которых совпадают с решениями аналитических задач. Состоит в многократном воспроизведении процессов, являющихся реализациями случайных величин и функций, с последующей обработкой информации методами математической статистики.

Если этот прием применяется для машинной имитации в целях исследования характеристик процессов функционирования систем, подверженных случайным воздействиям, то такой метод называется методом статистического моделирования.

Метод имитационного моделирования применяется для оценки вариантов структуры системы, эффективности различных алгоритмов управления системой, влияния изменения различных параметров системы. Имитационное моделирование может быть положено в основу структурного, алгоритмического и параметрического синтеза систем, когда требуется создать систему с заданными характеристиками при определенных ограничениях.

**Комбинированное** (**аналитико-имитационное**) моделирование позволяет объединить достоинства аналитического и имитационного моделирования. При построении комбинированных моделей производится предварительная декомпозиция процесса Функционирования объекта на составляющие подпроцессы, и для тех из них, где это возможно, используются аналитические модели, а для остальных подпроцессов строятся имитационные модели. Такой подход дает возможность охватить качественно новые классы систем, которые не могут быть исследованы с использованием аналитического или имитационного моделирования в отдельности.

**Информационное** (**кибернетическое**) моделирование связано с исследованием моделей, в которых отсутствует непосредственное подобие физических процессов, происходящих в моделях, реальным процессам. В этом случае стремятся отобразить лишь некоторую функцию, рассматривают реальный объект как «черный ящик», имеющий ряд входов и выходов, и моделируют некоторые связи между выходами и входами. Таким образом, в основе информационных (кибернетических) моделей лежит отражение некоторых информационных процессов управления, что позволяет оценить поведение реального объекта. Для построения модели в этом случае необходимо выделить исследуемую функцию реального объекта, попытаться формализовать эту функцию в виде некоторых операторов связи между входом и выходом и воспроизвести данную функцию на имитационной модели, причем на совершенно другом математическом языке и, естественно, иной физической реализации процесса. Так, например, экспертные системы являются моделями ЛПР.

**Структурное** моделирование системного анализа базируется на некоторых специфических особенностях структур определенного вида, которые используются как средство исследования систем или служат для разработки на их основе специфических подходов к моделированию с применением других методов формализованного представления систем (теоретико-множественных, лингвистических, кибернетических и т.п.). Развитием структурного моделирования является **объектно-ориентированное** моделирование.

Структурное моделирование системного анализа включает:

* методы сетевого моделирования;
* сочетание методов структуризации с лингвистическими;
* структурный подход в направлении формализации построения и исследования структур разного типа (иерархических, матричных, произвольных графов) на основе теоретико-множественных представлений и понятия номинальной шкалы теории измерений.

При этом термин «структура модели» может применяться как функциям, так и к элементам системы. Соответствующие структуры называются функциональными и морфологическими. Объектно-ориентированное моделирование объединяет структуры обоих типов в иерархию классов, включающих как элементы, так и функции.

В структурном моделировании за последнее десятилетие сформировалась новая технология CASE. Аббревиатура CASE имеет двоякое толкование, соответствующее двум направлениям использования CASE-систем. Первое из них — Computer-Aided Software Engineering — переводится как автоматизированное проектирование программного обеспечения. Соответствующие CASE-системы часто называют инструментальными средами быстрой разработки программного обеспечения (RAD — Rapid Application Development). Второе — Computer-Aided System Engineering — подчеркивает направленность на поддержку концептуального моделирования сложных систем, преимущественно слабоструктурированных. Такие CASE-системы часто называют системами BPR (Business Process Reengineering). В целом CASE-технология представляет собой совокупность методологий анализа, проектирования, разработки и сопровождения сложных автоматизированных систем, поддерживаемую комплексом взаимосвязанных средств автоматизации. CASE — это инструментарий для системных аналитиков, разработчиков и программистов, позволяющий автоматизировать процесс проектирования и разработки сложных систем, в том числе и программного обеспечения.

**Ситуационное** моделирование опирается на модельную теорию мышления, в рамках которой можно описать основные механизмы регулирования процессов принятия решений. В центре модельной теории мышления лежит представление о формировании в структурах мозга информационной модели объекта и внешнего мира. Эта информация воспринимается человеком на базе уже имеющихся у него знаний и опыта. Целесообразное поведение человека строится путем формирования целевой ситуации и мысленного преобразования исходной ситуации в целевую. Основой построения модели является описание объекта в виде совокупности элементов, связанных между собой определенными отношениями, отображающими семантику предметной области. Модель объекта имеет многоуровневую структуру и представляет собой тот информационный контекст, на фоне которого протекают процессы управления. Чем богаче информационная модель объекта и выше возможности манипулирования ею, тем лучше и многообразнее качество принимаемых решений при управлении.

При **реальном** моделировании используется возможность исследования характеристик либо на реальном объекте целиком, либо на его части. Такие исследования проводятся как на объектах, работающих в нормальных режимах, так и при организации специальных режимов для оценки интересующих исследователя характеристик (при других значениях переменных и параметров, в другом масштабе времени и т.д.). Реальное моделирование является наиболее адекватным, но его возможности ограничены.

**Натурным** моделированием называют проведение исследования на реальном объекте с последующей обработкой результатов эксперимента на основе теории подобия. Натурное моделирование подразделяется на научный эксперимент, комплексные испытания и производственный эксперимент. **Научный эксперимент** характеризуется широким использованием средств автоматизации, применением весьма разнообразных средств обработки информации, возможностью вмешательства человека в процесс проведения эксперимента. Одна из разновидностей эксперимента — **комплексные испытания**, в процессе которых вследствие повторения испытаний объектов в целом (или больших частей системы) выявляются общие закономерности о характеристиках качества, надежности этих объектов. В этом случае моделирование осуществляется путем обработки и обобщения сведений о группе однородных явлений. Наряду со специально организованными испытаниями возможна реализация натурного моделирования путем обобщения опыта, накопленного в ходе производственного процесса, т.е. можно говорить о **производственном эксперименте**. Здесь на базе теории подобия обрабатывают статистический материал по производственному процессу и получают его обобщенные характеристики. Необходимо помнить про отличие эксперимента от реального протекания процесса. Оно заключается в том, что в эксперименте могут появиться отдельные критические ситуации и определиться границы устойчивости процесса. В ходе эксперимента вводятся новые факторы возмущающие воздействия в процесс функционирования объекта.

Другим видом реального моделирования является **физическое**, отличающееся от натурного тем, что исследование проводится а установках, которые сохраняют природу явлений и обладают физическим подобием. В процессе физического моделирования задаются некоторые характеристики внешней среды и исследуется поведение либо реального объекта, либо его модели при заданных или создаваемых искусственно воздействиях внешней среды. Физическое моделирование может протекать в реальном и модельном (псевдореальном) масштабах времени или рассматриваться без учета времени. В последнем случае изучению подлежат так называемые «замороженные» процессы, фиксируемые в некоторый момент времени.

#### Принципы и подходы к построению математических моделей

Математическое моделирование многие считают скорее искусством, чем стройной и законченной теорией. Здесь очень велика роль опыта, интуиции и других интеллектуальных качеств человека. Поэтому невозможно написать достаточно формализованную инструкцию, определяющую, как должна строиться модель той или иной системы. Тем не менее отсутствие точных правил не мешает опытным специалистам строить удачные модели. К настоящему времени уже накоплен значительный опыт, дающий основание сформулировать некоторые принципы и подходы к построению моделей. При рассмотрении порознь каждый из них может показаться довольно очевидным. Но совокупность взятых вместе принципов и подходов далеко не тривиальна. Многие ошибки и неудачи в практике моделирования являются прямым следствием нарушения этой методологии.

Принципы определяют те общие требования, которым должна удовлетворять правильно построенная модель. Рассмотрим эти принципы.

1. Адекватность. Этот принцип предусматривает соответствие модели целям исследования по уровню сложности и организации, а также соответствие реальной системе относительно выбранного множества свойств. До тех пор, пока не решен вопрос правильно ли отображает модель исследуемую систему, ценность модели незначительна.
2. Соответствие модели решаемой задаче. Модель должна строиться для решения определенного класса задач или конкретной задачи исследования системы. Попытки создания универсальной модели, нацеленной на решение большого числа разнообразных задач, приводят к такому усложнению, что она оказывается практически непригодной. Опыт показывает, что при решении каждой конкретной задачи нужно иметь свою модель, отражающую те аспекты системы, которые являются наиболее важными в данной задаче. Этот принцип связан с принципом адекватности.
3. Упрощение при сохранении существенных свойств системы. Модель должна быть в некоторых отношениях проще прототипа — в этом смысл моделирования. Чем сложнее рассматриваемая система, тем по возможности более упрощенным должно быть ее описание, умышленно утрирующее типичные и игнорирующее менее существенные свойства. Этот принцип может быть назван принципом абстрагирования от второстепенных деталей.
4. Соответствие между требуемой точностью результатов моделирования и сложностью модели. Модели по своей природе всегда носят приближенный характер. Возникает вопрос, каким должно быть это приближение. С одной стороны, чтобы отразить все сколько-нибудь существенные свойства, модель необходимо детализировать. С другой стороны, строить модель, приближающуюся по сложности к реальной системе, очевидно, не имеет смысла. Она не должна быть настолько сложной, чтобы нахождение решения оказалось слишком затруднительным. Компромисс между этими двумя требованиями достигается нередко путем проб и ошибок. Практическими рекомендациями по уменьшению сложности моделей являются:
   * изменение числа переменных, достигаемое либо исключением несущественных переменных, либо их объединением. Процесс преобразования модели в модель с меньшим числом переменных и ограничений называют агрегированием. Например, все типы ЭВМ в модели гетерогенных сетей можно объединить в четыре типа — ПЭВМ, рабочие станции, большие ЭВМ (мейнфреймы), кластерные ЭВМ;
   * изменение природы переменных параметров. Переменные параметры рассматриваются в качестве постоянных, дискретные — в качестве непрерывных и т.д. Так, условия распространения радиоволн в модели радиоканала для простоты можно принять постоянными;
   * изменение функциональной зависимости между переменными. Нелинейная зависимость заменяется обычно линейной, дискретная функция распределения вероятностей — непрерывной;
   * изменение ограничений (добавление, исключение или модификация). При снятии ограничений получается оптимистичное решение, при введении — пессимистичное. Варьируя ограничениями можно найти возможные граничные значения эффективности. Такой прием часто используется для нахождения предварительных оценок эффективности решений на этапе постановки задач;
   * ограничение точности модели. Точность результатов модели не может быть выше точности исходных данных.
5. Баланс погрешностей различных видов. В соответствии с принципом баланса необходимо добиваться, например, баланса систематической погрешности моделирования за счет отклонения модели от оригинала и погрешности исходных данных, точности отдельных элементов модели, систематической погрешности моделирования и случайной погрешности при интерпретации и осреднении результатов.
6. Многовариантность реализаций элементов модели. Разнообразие реализаций одного и того же элемента, отличающихся по точности (а следовательно, и по сложности), обеспечивает регулирование соотношения «точность/сложность».
7. Блочное строение. При соблюдении принципа блочного строения облегчается разработка сложных моделей и появляется возможность использования накопленного опыта и готовых блоков с минимальными связями между ними. Выделение блоков производится с учетом разделения модели по этапам и режимам функционирования системы. К примеру, при построении модели Для системы радиоразведки можно выделить модель работы излучателей, модель обнаружения излучателей, модель пеленгования и т.д.

В зависимости от конкретной ситуации возможны следующие подходы к построению моделей:

* непосредственный анализ функционирования системы;
* проведение ограниченного эксперимента на самой системе;
* использование аналога;
* анализ исходных данных.

Имеется целый ряд систем, которые допускают проведение непосредственных исследований по выявлению существенных параметров и отношений между ними. Затем либо применяются известные математические модели, либо они модифицируются либо предлагается новая модель. Таким образом, например, можно вести разработку модели для направления связи в условиях мирного времени.

При проведении эксперимента выявляется значительная часть существенных параметров и их влияние на эффективность системы. Такую цель преследуют, например, все командно-штабные игры и большинство учений.

Если метод построения модели системы не ясен, но ее структура очевидна, то можно воспользоваться сходством с более простой системой, модель для которой существует.

К построению модели можно приступить на основе анализа исходных данных, которые уже известны или могут быть получены. Анализ позволяет сформулировать гипотезу о структуре системы, которая затем апробируется. Так появляются первые модели нового образца иностранной техники при наличии предварительных данных об их технических параметрах.

Разработчики моделей находятся под действием двух взаимно противоречивых тенденций: стремления к полноте описания и стремления к получению требуемых результатов возможно более простыми средствами. Достижение компромисса ведется обычно по пути построения серии моделей, начинающихся с предельно простых и восходящих до высокой сложности (существует известное правило: начинай с простых моделей, а далее усложняй). Простые модели помогают глубже понять исследуемую проблему. Усложненные модели используются для анализа влияния различных факторов на результаты моделирования. Такой анализ позволяет исключать некоторые факторы из рассмотрения.

Сложные системы требуют разработки целой иерархии моделей, различающихся уровнем отображаемых операций. Выделяют такие уровни, как вся система, подсистемы, управляющие объекты и др.

Рассмотрим один конкретный пример — модель развития экономики (модель Харрода). Эта упрощенная модель развития экономики страны предложена английским экономистом Р. Харродом. В модели учитывается один определяемый фактор — капитальные вложения, а состояние экономики оценивается через размер национального дохода.

Для математической постановки задачи введем следующие обозначения:

* Yt — национальный доход в год t;
* Kt — производственные фонды в год t;
* Kt — объем потребления в год t;
* Kt — объем накопления в год t;
* Kt — капитальные вложения в год t.

Будем предполагать, что функционирование экономики происходит при выполнении следующих условий:

* условие баланса доходов и расходов за каждый год

Yt = Kt + Kt

* условие исключения пролеживания капитала

Kt = Kt

* условие пропорционального деления национального годового дохода

Kt = aYt

Два условия принимаются для характеристики внутренних экономических процессов. Первое условие характеризует связь капитальных вложений и общей суммы производственных фондов, второе — связь национального годового дохода и производственных фондов.

Капитальные вложения в год t могут рассматриваться как прирост производственных фондов или производная от функции производственные фонды принимается как капитальные годовые вложения:

Vt = dK/dt

Национальный доход в каждый год принимается как отдача производственных фондов с соответствующим нормативным коэффициентом фондоотдачи:

Yt = Kt/b

Соединяя условия задачи, можно получить следующее соотношение:

Yt = Vt/a = dK/(a⋅dt) = b/a⋅dY/dt

Отсюда следует итоговое уравнение Харрода:

Yt = b⋅dY/dt = a⋅Y

Его решением является экспоненциальное изменение национального дохода по годовым интервалам:

Yt = Y0⋅ea⋅t/b

Несмотря на упрощенный вид математической модели, ее результат может быть использован для укрупненного анализа национальной экономики. Параметры а и b могут стать параметрами управления при выборе плановой стратегии развития в целях максимального приближения к предпочтительной траектории изменения национального дохода или для выбора минимального интервала времени достижения заданного уровня национального дохода.

#### Этапы построения математической модели

Сущность построения математической модели состоит в том, что реальная система упрощается, схематизируется и описывается с помощью того или иного математического аппарата. Можно выделить следующие основные этапы построения моделей.

1. **Содержательное описание моделируемого объекта.** Объекты моделирования описываются с позиций системного подхода. Исходя из цели исследования устанавливаются совокупность элементов, взаимосвязи между элементами, возможные состояния каждого элемента, существенные характеристики состояний и отношения между ними. Например, фиксируется, что если значение одного параметра возрастает, то значение другого — убывает и т.п. Вопросы, связанные с полнотой и единственностью выбора характеристик, не рассматриваются. Естественно, в таком словесном описании возможны логические противоречия, неопределенности. Это исходная естественно-научная концепция исследуемого объекта. Такое предварительное, приближенное представление системы называют концептуальной моделью. Для того чтобы содержательное описание служило хорошей основой для последующей формализации, требуется обстоятельно изучить моделируемый объект. Нередко естественное стремление ускорить разработку модели уводит исследователя от данного этапа непосредственно к решению формальных вопросов. В результате построенная без достаточного содержательного базиса модель оказывается непригодной к использованию. На этом этапе моделирования широко применяются качественные методы описания систем, знаковые и языковые модели.
2. **Формализация операций.** Формализация сводится в общих чертах к следующему. На основе содержательного описания определяется исходное множество характеристик системы. Для выделения существенных характеристик необходим хотя бы приближенный анализ каждой из них. При проведении анализа опираются на постановку задачи и понимание природы исследуемой системы. После исключения несущественных характеристик выделяют управляемые и неуправляемые параметры и производят символизацию. Затем определяется система ограничений на значения управляемых параметров. Если ограничения не носят принципиальный характер, то ими пренебрегают.

Дальнейшие действия связаны с формированием целевой функции модели. В соответствии с известными положениями выбираются показатели исхода операции и определяется примерный вид функции полезности на исходах. Если функция полезности близка к пороговой (или монотонной), то оценка эффективности решений возможна непосредственно по показателям исхода операции. В этом случае необходимо выбрать способ свертки показателей (способ перехода от множества показателей к одному обобщенному показателю) и произвести саму свертку. По свертке показателей формируются критерий эффективности и целевая функция.

Если при качественном анализе вида функции полезности окажется, что ее нельзя считать пороговой (монотонной), прямая оценка эффективности решений через показатели исхода операции неправомочна. Необходимо определять функцию полезности и уже на ее основе вести формирование критерия эффективности и целевой функции.

В целом замена содержательного описания формальным — это итеративный процесс.

1. **Проверка адекватности модели.** Требование адекватности находится в противоречии с требованием простоты, и это нужно учитывать при проверке модели на адекватность. Исходный вариант модели предварительно проверяется по следующим основным аспектам:
   * Все ли существенные параметры включены в модель?
   * Нет ли в модели несущественных параметров?
   * Правильно ли отражены функциональные связи между параметрами?
   * Правильно ли определены ограничения на значения параметров?

проверки рекомендуется привлекать специалистов, которые не принимали участия в разработке модели. Они могут более объективно рассмотреть модель и заметить ее слабые стороны, чем ее разработчики. Такая предварительная проверка модели позволяет выявить грубые ошибки. После этого приступают к реализации модели и проведению исследований. Полученные результаты моделирования подвергаются анализу на соответствие известным свойствам исследуемого объекта. Для установления соответствия создаваемой модели оригиналу используются следующие пути:

* + сравнение результатов моделирования с отдельными экспериментальными результатами, полученными при одинаковых условиях;
  + использование других близких моделей;
  + сопоставление структуры и функционирования модели с прототипом.

Главным путем проверки адекватности модели исследуемому объекту выступает практика. Однако она требует накопления статистики, которая далеко не всегда бывает достаточной для получения надежных данных. Для многих моделей первые два приемлемы в меньшей степени. В этом случае остается один путь: заключение о подобии модели и прототипа делать на основе сопоставления их структур и реализуемых функций. Такие заключения не носят формального характера, поскольку основываются на опыте и интуиции исследователя.

По результатам проверки модели на адекватность принимается решение о возможности ее практического использования или о проведении корректировки.

1. **Корректировка модели.** При корректировке модели могут уточняться существенные параметры, ограничения на значения управляемых параметров, показатели исхода операции, связи показателей исхода операции с существенными параметрами, критерий эффективности. После внесения изменений в модель вновь выполняется оценка адекватности.
2. **Оптимизация модели.** Сущность оптимизации моделей состоит в их упрощении при заданном уровне адекватности. Основными показателями, по которым возможна оптимизация модели, выступают время и затраты средств для проведения исследований на ней. В основе оптимизации лежит возможность преобразования моделей из одной формы в другую. Преобразование может выполняться либо с использованием математических методов, либо эвристическим путем.

### **Лекция 10: Показатели и критерии эффективности функционирования систем**

Существенные свойства в соответствии с представлением системы как семантической модели можно условно классифицировать не только по уровню сложности, но и по принадлежности к системообразующим (общесистемным), структурным или функциональным группам. Ниже приведены характерные показатели существенных свойств систем:

* общесистемные свойства целостность, устойчивость, наблюдаемость, управляемость, детерминированность, открытость, динамичность и др.;
* структурные свойства состав, связность, организация, сложность, масштабность, пространственный размах, централизованность, объем и др.;
* функциональные (поведенческие) свойства результативность, ресурсоемкость, оперативность, активность, мощность, мобильность, производительность, быстродействие, готовность, работоспособность, точность, экономичность и др.

При таком рассмотрении показатели качества можно отнести к области общесистемных и структурных свойств систем. Свойства же, которые характеризуют процесс функционирования (поведение) системы, можно назвать операционными свойствами или свойствами операции, поскольку искусственные системы создаются для выполнения конкретных операций.

В общем случае оценка операционных свойств проводится как оценка двух аспектов:

1. исхода (результатов) операции;
2. алгоритма, обеспечивающего получение результатов.

Качество исхода операции и алгоритм, обеспечивающий получение результатов, оцениваются по показателям качества операции, к которым относят результативность, ресурсоемкость и оперативность.

Результативность Э операции обусловливается получаемым целевым эффектом, ради которого функционирует система.

Ресурсоемкость R характеризуется ресурсами всех видов (людскими материальнотехническими, энергетическими, информационными, финансовыми и т.п.), используемыми для получения целевого эффекта.

Оперативность О определяется расходом времени, потребного для достижения цели операции.

Оценка исхода операции (аспект 1) учитывает, что операция проводится для достижения определенной цели — исхода операции. Под исходом операции понимается ситуация (состояние системы и внешней среды), возникающая на момент ее завершения. Для количественной оценки исхода операции вводится понятие показателя исхода операции (ПИО), вектора, Yисх = <YЭ, YR, YO>, компоненты которого суть показатели его отдельных свойств, отражающие результативность, ресурсоемкость и оперативность операции.

Оценка алгоритма функционирования (аспект 2) является ведущей при оценке эффективности. Такое утверждение основывается на теоретическом постулате, подтвержденном практикой: наличие хорошего «алгоритма» функционирования системы повышает уверенность в получении требуемых результатов. В принципе, требуемые результаты могут быть получены и без хорошего алгоритма, но вероятность этого невелика. Это положение особенно важно для организационнотехнических систем и систем, в которых результаты операции используются в режиме реального времени.

В совокупности результативность, ресурсоемкость и оперативность порождают комплексное свойство — эффективность процесса Yэф — степень его приспособленности к достижению цели. Это свойство, присущее только операциям, проявляется при функционировании системы и зависит как от свойств самой системы, так и от внешней среды.

В литературе термин «эффективность» связывается и с системой, и с операцией, и с решением. Образуемые при этом понятия можно считать эквивалентными. В конечном счете каждое из них отражает соответствие исхода операции поставленной цели. Обычно нужно иметь в виду, что одна или несколько операций реализуются системой. Для большинства операций процедура оценки эффективности решений носит характер прогнозирования.

Выбор критерия эффективности — центральный, самый ответственный момент исследования системы.

Считается, что гораздо лучше найти неоптимальное решение вильно выбранному критерию, чем наоборот — оптимальпешение при неправильно выбранном критерии.

Процесс выбора критерия эффективности, как и процесс определения цели, является в значительной мере субъективным, творческим, требующим в каждом отдельном случае индивидульного подхода. Наибольшей сложностью отличается выбор критерия эффективности решений в операциях, реализуемых иерархическими системами.

Математическое выражение критерия эффективности называют целевой функцией, поскольку ее экстремизация является отображением цели операции. Отсюда следует, что для формирования критерия эффективности решений в операции прежде всего требуется определить поставленную цель. Затем нужно найти множества управляемых и неуправляемых характеристик системы, реализующей операцию. Следующий шаг — определение показателей исходов операции. Только после этого возможны выбор и формирование критерия эффективности. Показатели (функции показателей) исходов операции, на основе которых формируется критерий эффективности, принято называть показателями эффективности. В отдельных операциях показатель исхода операции может прямо выступать критерием эффективности.

Конкретный физический смысл показателей определяется характером и целями операции, а также качеством реализующей ее системы и внешними воздействиями.

В отдельных системах в качестве показателей результативности могут рассматриваться показатели ресурсоемкости или оперативности, однако качество операции в целом не может быть охарактеризовано ни одним из перечисленных частных свойств в отдельности, а определяется, подобно ПИО, их совокупностью Yисх = <YЭ, YR, YO>.

Хотя конкретные операции достаточно многообразны, существует ряд общих принципиальных положений, которыми необходимо руководствоваться при формировании системы критериев эффективности решений.

В зависимости от типа систем и внешних воздействий операции могут быть детерминированными, вероятностными или неопределенными. В соответствии с этим выделяют три группы показателей и критериев эффективности функционирования систем:

* в условиях определенности, если ПИО отражают один стро го определенный исход детерминированной операции;
* в условиях риска, если ПИО являются дискретными или непрерывными случайными величинами с известными законами распределения в вероятностной операции;
* в условиях неопределенности, если ПИО являются случайными величинами, законы распределения которых неизвестны.

Критерий пригодности для оценки детерминированной операции

Kприг: (∀ i) (yji ∈ δ | δi → yдопi, i ∈ < Э, R, O >)

определяет правило, по которому операция считается эффективной, если все частные показатели исхода операции принадлежат области адекватности.

Критерий оптимальности для оценки детерминированной операции

Kопт: (∃ i) (yji ∈ δ | δi → yоптi, i ∈ < Э, R, O >)

определяет правило, по которому операция считается эффективной, если все частные показатели исхода операции принадлежат области адекватности, а радиус области адекватности по этим показателям оптимален.

Критерий пригодности для оценки эффективности вероятностной операции

Kприг: Rдц(Yэф) ≥ Rдцтреб(Yэф)

определяет правило, по которому операция считается эффективной, если вероятность достижения цели по показателям эффективности Rдц(Yэф) не меньше требуемой вероятности достижения цели по этим показателям Rдцтреб(Yэф).

Критерий оптимальности для оценки эффективности вероятностной операции

Kопт: Rдц(Yэф) = Rдцтреб(Yопт)

определяет правило, по которому операция считается эффективной, если вероятность достижения цели по показателям эффективности Rдц(Yэф) равна вероятности достижения цели с оптимальными значениями этих показателей Rдцтреб(Yопт).

Основной проблемой оценки эффективности вероятностных операций является неясность способа определения требуемых вероятностей. Это связано с отсутствием достаточной статистики. Известно что применение методов классической теории верояттей допустимо при повторяемости опытов и одинаковости условий. Эти требования в сложных системах выполняются не всегда.

Наибольшие трудности возникают при оценке эффективности систем в условиях неопределенности. Для решения этой задачи разработано несколько подходов. Порядок оценки эффективности систем в неопределенных операциях составляет один из разделов теории принятия решений.

Выбор показателей для конкретной системы связан с анализом большого объема плохо структурированной информации, и поэтому в системном анализе сформулированы требования, следование которым позволяет обосновать применимость показателей в данной задаче оценки.

Общими требованиями к показателям исхода операции являются:

* соответствие ПИО цели операции;
* полнота;
* измеримость;
* ясность физического смысла;
* неизбыточность;
* чувствительность.

Одним из основных требований является соответствие ПИО цели операции, реализуемой системой. Цели операции в значительной степени зависят от предназначения системы. Например, для такой ИС, как АСУ, целями операции могут быть обеспечение требуемых значений оперативности, достоверности, устойчивости и безопасности решения задач управления и передачи сообщений и др. Для каждой из выдвигаемых целей должны быть определены одна или несколько составляющих ПИО.

К числу основных требований к ПИО относится также его полнота. Суть этого требования заключается в том, что ПИО Должен отражать желательные (целевые) и нежелательные (по°чные) последствия операции по показателям результативности, ресурсоемкости и оперативности. Заметим, что одним из показателей правильности выбора составляющих ПИО и их полноты является монотонный характер функции полезности (ценнос ти), построенной для каждой составляющей. Если при этом какаялибо из функций не монотонная, то это означает, что упущены одна или несколько составляющих ПИО.

Следующее важное требование к ПИО — измеримость его составляющих с помощью либо натурного эксперимента, либо моделей операции. Если рассматриваемая операция не позволяет это сделать, ее целесообразно разложить на подоперации, обеспечивающие измеримость составляющих. Процесс декомпозиции операции на подоперации может быть многоуровневым. Например, операцию «Решение задач управления» можно разделить на подоперации: «Решение задач планирования» и «Решение задач оперативного управления», а последние, в свою очередь, — на «Решение задач учета», «Решение задач контроля» и т.д.

При определении задач ПИО необходимо стремиться к ясности их физического смысла, т.е. чтобы они измерялись с помощью количественных мер, доступных для восприятия. Однако достичь этого удается не всегда. Тогда приходится вводить так называемые субъективные составляющие ПИО. Например, такое свойство людей, как обученность, обычно не может быть определено с помощью характеристик, имеющих физический смысл. В этом случае часто вводят некоторую искусственную шкалу. Другой способ обеспечения измеримости составляющих ПИО переход к показателямзаменителям, косвенно характеризующим рассматриваемое свойство. Требование ясности физического смысла ограничивает возможности агрегирования частных показателей в один критерий. Так, например, не имеет физического смысла обобщенный скалярный показатель, составленный из частных показателей результативности, ресурсоемкости и оперативности.

Важным требованием к ПИО является минимизация его размерности, т. е. обеспечение неизбыточного набора составляющих. С ростом количества составляющих резко возрастает трудоемкость построения функции эффективности.

И, наконец, в группу основных требований к составляющим ПИО обычно вводят их относительно высокую чувствительность к изменениям значений управляемых характеристик.

Таким образом, набор составляющих ПИО может быть определен различными способами, поскольку к настоящему времени еще не существует формальной теории, обеспечивающей объективное решение этой задачи. Два лица, принимающие решение на одну и ту же операцию, могут определить различный состав ПИО. Важно лишь то, что, используя различные ПИО, они должны выбрать одинаковое решение — оптимальное.

### **Лекция 11: Теория игр и принятие решений**

#### Предмет и задачи теории игр

Классическими задачами системного анализа являются игровые задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности.

Неопределенными могут быть как цели операции, условия выполнения операции, так и сознательные действия противников или других лиц, от которых зависит успех операции.

Разработаны специальные математические методы, предназначенные для обоснования решений в условиях риска и неопределенности. В некоторых, наиболее простых случаях эти методы дают возможность фактически найти и выбрать оптимальное решение. В более сложных случаях эти методы доставляют вспомогательный материал, позволяющий глубже разобраться в сложной ситуации и оценить каждое из возможных решений с различных точек зрения, и принять решений с учетом его возможных последствий. Одним из важных условий принятия решений в этом случае является минимизация риска.

При решении ряда практических задач исследования операций (в области экологии, обеспечения безопасности жизнедеятельности и т. д.) приходится анализировать ситуации, в которых сталкиваются две (или более) враждующие стороны, преследующие различные цели, причем результат любого мероприятия каждой из сторон зависит от того, какой образ действий выберет противник. Такие ситуации мы можно отнести к **конфликтным ситуациям**.

Теория игр является математической теорией конфликтных ситуаций, при помощи которой можно выработать рекомендации по рациональному образу действий участников конфликта. Чтобы сделать возможным математический анализ ситуации без учета второстепенных факторов, строят упрощенную, схематизированную модель ситуации, которая называется **игрой**. игра ведется по вполне определенным правилам, под которыми понимается система условий, регламентирующая возможные варианты действий игроков; объем информации каждой стороны о поведении другой; результат игры, к которому приводит каждая данная совокупность ходов.

Результат игры (выигрыш или проигрыш) вообще не всегда имеет количественное выражение, но обычно можно, хотя бы условно, выразить его числовым значением.

Ход — выбор одного из предусмотренных правилами игры действий и его осуществление. Ходы делятся на личные и случайные. Личным ходом называется сознательный выбор игроком одного из возможных вариантов действий и его осуществление. Случайным ходом называется выбор из ряда возможностей, осуществляемый не решением игрока, а каким-либомеханизмом случайного выбора (бросание монеты, выбор карты из перетасованной колоды и т. п.). Для каждого случайного хода правила игры определяют распределение вероятностей возможных исходов. Игра может состоять только их личных или только из случайных ходов, или из их комбинации. Следующим основным понятием теории игр является понятие стратегии. Стратегия — это априори принятая игроком система решений (вида «если — то»), которых он придерживается во время ведения игры, которая может быть представлена в виде алгоритма и выполняться автоматически.

Целью теории игр является выработка рекомендаций для разумного поведения игроков в конфликтной ситуации, т. е. определение «оптимальной стратегии» для каждого из них. Стратегия, оптимальная по одному показателю, необязательно будет оптимальной по другим. Сознавая эти ограничения и поэтому не придерживаясь слепо рекомендаций, полученных игровыми методами, можно все же разумно использовать математический аппарат теории игр для выработки, если не в точности оптимальной, то, во всяком случае «приемлемой» стратегии.

Игры можно классифицировать: по количеству игроков, количеству стратегий, характеру взаимодействия игроков, характеру выигрыша, количеству ходов, состоянию информации и т.д. [2, 7, 8].

В зависимости от количества игроков различают игры двух и n игроков. Первые из них наиболее изучены. Игры трех и более игроков менее исследованы из-за возникающих принципиальных трудностей и технических возможностей получения решения.

В зависимости от числа возможных стратегий игры делятся на «конечные» и «бесконечные».

Игра называется конечной, если у каждого игрока имеется только конечное число стратегий, и бесконечной, если хотя бы у одного из игроков имеется бесконечное число стратегий.

По характеру взаимодействия игры делятся на бескоалиционные: игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции; коалиционные (кооперативные) — могут вступать в коалиции.

В кооперативных играх коалиции заранее определены.

По характеру выигрышей игры делятся на: игры с нулевой суммой (общий капитал всех игроков не меняется, а перераспределяется между игроками; сумма выигрышей всех игроков равна нулю) и игры с ненулевой суммой.

По виду функций выигрыша игры делятся на: матричные, биматричные, непрерывные, выпуклые и др.

Матричная игра — это конечная игра двух игроков с нулевой суммой, в которой задается выигрыш игрока 1 в виде матрицы (строка матрицы соответствует номеру применяемой стратегии игрока 1, столбец — номеру применяемой стратегии игрока на пересечении строки и столбца матрицы находится выигрыш игрока 1, соответствующий применяемым стратегиям).

Для матричных игр доказано, что любая из них имеет решение и оно может быть легко найдено путем сведения игры к задаче линейного программирования.

Биматричная игра — это конечная игра двух игроков с ненулевой суммой, в которой выигрыши каждого игрока задаются матрицами отдельно для соответствующего игрока (в каждой матрице строка соответствует стратегии игрока 1, столбец — стратегии игрока 2, на пересечении строки и столбца в первой матрице находится выигрыш игрока 1, во второй матрице — выигрыш игрока )

Непрерывной считается игра, в которой функция выигрышей каждого игрока является непрерывной. Доказано, что игры этого класса имеют решения, однако не разработано практически приемлемых методов их нахождения.

Если функция выигрышей является выпуклой, то такая игра называется выпуклой. Для них разработаны приемлемые методы решения, состоящие в отыскании чистой оптимальной стратегии (определенного числа) для одного игрока и вероятностей применения чистых оптимальных стратегий другого игрока. Такая задача решается сравнительно легко.

### Запись матричной игры в виде платежной матрицы

Рассмотрим конечную игру, в которой первый игрок А имеет m стратегий, а второй игрок B-n стратегий. Такая игра называется игрой m×n. Обозначим стратегии A1, А2, ..., Аm; и В1, В2, ..., Вn. Предположим, что каждая сторона выбрала определенную стратегию: Ai или Bj. Если игра состоит только из личных ходов, то выбор стратегий однозначно определяет исход игры — выигрыш одной из сторон aij. Если игра содержит кроме личных случайные ходы, то выигрыш при паре стратегий Ai и B является случайной величиной, зависящей от исходов всех случайных ходов. В этом случае естественной оценкой ожидаемого выигрыша является математическое ожидание случайного выигрыша, которое также обозначается за aij.

Предположим, что нам известны значения aij при каждой паре стратегий. Эти значения можно записать в виде прямоугольной таблицы (матрицы), строки которой соответствуют стратегиям Ai, а столбцы — стратегиям Bj.

Тогда, в общем виде матричная игра может быть записана следующей платежной матрицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **...** | **Bn** |
| **A1** | a11 | a12 | ... | a1n |
| **A2** | a21 | a22 | ... | a2n |
| **...** | ... | ... | ... | ... |
| **Am** | am1 | am2 | ... | amn |

Таблица — Общий вид платежной матрицы матричной игры

где Ai — названия стратегий игрока 1, Bj — названия стратегий игрока 2, aij — значения выигрышей игрока 1 при выборе им i–й стратегии, а игроком 2 — j-й стратегии. Поскольку данная игра является игрой с нулевой суммой, значение выигрыша для игрока 2 является величиной, противоположенной по знаку значению выигрыша игрока 1.

#### Понятие о нижней и верхней цене игры. Решение игры в чистых стратегиях

Каждый из игроков стремится максимизировать свой выигрыш с учетом поведения противодействующего ему игрока. Поэтому для игрока 1 необходимо определить минимальные значения выигрышей в каждой из стратегий, а затем найти максимум из этих значений, то есть определить величину

Vн = maxi minj aij

или найти минимальные значения по каждой из строк платежной матрицы, а затем определить максимальное из этих значений. Величина Vн называется максимином матрицы или нижней ценой игры. Та стратегия игрока, которая соответствует максимину Vн называется максиминной стратегией.

Очевидно, если мы будем придерживаться максиминной стратегии, то нам при любом поведении противника гарантирован выигрыш, не меньший Vн. Поэтому величина Vн — это тот гарантированный минимум, который мы можем себе обеспечить, придерживаясь своей наиболее осторожной стратегии.

Величина выигрыша игрока 1 равна, по определению матричной игры, величине проигрыша игрока Поэтому для игрока 2 необходимо определить значение

Vв = minj maxi aij

Или найти максимальные значения по каждому из столбцов платежной матрицы, а затем определить минимальное из этих значений. Величина Vв называется минимаксом матрицы, верхней ценой игры или минимаксным выигрышем. Соответствующая выигрышу стратегия противника называется его минимаксной стратегией. Придерживаясь своей наиболее осторожной минимаксной стратегии, противник гарантирован, что в любом случае он проиграет не больше Vв.

В случае, если значения Vн и Vв не совпадают, при сохранении правил игры (коэффициентов aij ) в длительной перспективе, выбор стратегий каждым из игроков оказывается неустойчивым. Устойчивость он приобретает лишь при равенстве Vн = Vв = V. В этом случае говорят, что игра имеет решение в чистых стратегиях, а стратегии, в которых достигается V — оптимальными чистыми стратегиями. Величина V называется чистой ценой игры [8].

Например, в матрице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **Minj** |
| **A1** | 17 | 16 | 15 | 14 | **14** |
| **A2** | 11 | 18 | 12 | 13 | 11 |
| **A3** | 18 | 11 | 13 | 12 | 11 |
| **Maxi** | 18 | 18 | 15 | **14** |  |

Таблица — Платежная матрица, в которой существует решение в чистых стратегиях

существует решение в чистых стратегиях. При этом для игрока 1 оптимальной чистой стратегией будет стратегия A1, а для игрока 2 — стратегия B4.

В матрице решения в чистых стратегиях не существует, так как нижняя цена игры достигается в стратегии A1 и ее значение равно 12, в то время как верхняя цена игры достигается в стратегии B4 и ее значение равно 13.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **Minj** |
| **A1** | 17 | 16 | 15 | 12 | **12** |
| **A2** | 11 | 18 | 12 | 13 | 11 |
| **A3** | 18 | 11 | 13 | 12 | 11 |
| **Maxi** | 18 | 18 | 15 | **13** |  |

Таблица — Платежная матрица, в которой не существует решения в чистых стратегиях

#### Уменьшение порядка платежной матрицы

Порядок платежной матрицы (количество строк и столбцов) может быть уменьшен за счет исключения доминируемых и дублирующих стратегий.

Стратегия K\* называется доминируемой стратегией K\*\*, если при любом варианте поведения противодействующего игрока выполняется соотношение

Ak\* < Ak\*\*,

где Ak\* и Ak\*\* — значения выигрышей при выборе игроком, соответственно, стратегий K\* и K\*\*.

В случае, если выполняется соотношение

Ak\* = Ak\*\*,

стратегия K\* называется дублирующей по отношению к стратегии K\*\*.

Например, в матрице с доминируемыми и дублирующими стратегиями стратегия A1 является доминируемой по отношению к стратегии A2, стратегия B6 является доминируемой по отношению к стратегиям B3, B4 и B5, а стратегия B5 является дублирующей по отношению к стратегии B4.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** | **B6** |
| **A1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 7 |
| **A2** | 7 | 6 | 5 | 4 | 4 | 8 |
| **A3** | 1 | 8 | 2 | 3 | 3 | 6 |
| **A4** | 8 | 1 | 3 | 2 | 2 | 5 |

Таблица — Платежная матрица с доминируемыми и дублирующими стратегиями

Данные стратегии не будут выбраны игроками, так как являются заведомо проигрышными и удаление этих стратегий из платежной матрицы не повлияет на определение нижней и верхней цены игры, описанной данной матрицей.

Множество недоминируемых стратегий, полученных после уменьшения размерности платежной матрицы, называется еще множеством Парето.

#### Примеры игр

#### 1. Игра «Цыпленок»

Игра «Цыпленок» заключается в том, что игроки вступают во взаимодействие, которое ведет в нанесению серьезного вреда каждому из них, пока один из игроков не выйдет из игры. Пример использования этой игры — взаимодействие автотранспортный средств, например, ситуации, когда два автомобиля идут навстречу друг другу, и тот, который первым сворачивает в сторону, считается «слабаком» или «цыпленком». Смысл игры заключается в создании напряжения, которое бы привело к устранению игрока. Подобная ситуация часто встречается в среде подростков или агрессивно настроенных молодых людей, хотя иногда несет в себе меньший риск. Еще одно из применений этой игры — ситуация, в которой две политические партии вступают в контакт, при котором они не могут ничего выиграть, и только гордость заставляет их сохранять противостояние. Партии медлят с уступками до тех пор, пока не дойдут до финальной точки. Возникающее психологическое напряжение может привести одного из игроков к неправильной стратегии поведения: если никто из игроков не уступает, то столкновение и фатальная развязка неизбежны.

Платежная матрица игры выглядит следующей:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Уступить** | **Не уступать** |
| **Уступить** | 0, 0 | -1, +1 |
| **Не уступать** | +1, -1 | -100, -100 |

#### 2. Игра «коршун и голубь»

Игра «коршун и голубь» является биологическим примером игры. В этой версии двое игроков, обладающих неограниченными ресурсами, выбирают одну из двух стратегий поведения. Первая («голубь») заключается в том, что игрок демонстрирует свою силу, запугивая противника, а вторая («коршун») — в том, что игрок физически атакует противника. Если оба из игроков выбирают стратегию «коршуна», они сражаются, наносф друг другу увечья. Если один из игроков выбирает стратегию «коршуна», а второй «голубя» — то первый побеждает второго. В случае, если оба игрока — «голуби», то соперники приходит к компромиссу, получая выигрыш, который оказывается меньше, чем выигрыш «коршуна», побеждающего «голубя», как это следует из платежной матрицы этой игры.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Коршун** | **Голубь** |
| **Коршун** | 1/2\*(V-C), 1/2\*(V-C) | V, 0 |
| **Голубь** | 0, V | V/2, V/2 |

Здесь V — цена соглашения, C — цена конфликта, причем V<C.

В игре «коршун и голубь» есть три точки равновесия по Нэшу:

1. первый игрок выбирает «коршуна», а второй «голубя».
2. первый игрок выбирает «голубя», а второй «коршуна».
3. оба игрока выбирают смешанную стратегию, в которой «коршун» выбирается с вероятностью p, а «голубь» — с вероятностью 1-p.

#### 3. Дилемма заключенного

«Дилемма заключенного» — одна из наиболее распространенных конфликтных ситуаций, рассматриваемая в теории игр.

Классическая «дилемма заключенного» звучит следующим образом: двое подозреваемых, A и B, находятся в разных камерах. Следователь, навещая их поодиночке, предлагает сделку следующего содержания: если один из них будет свидетельствовать против другого, а второй будет молчать, то первый заключенный будет освобожден, а второго осудят на 10 лет. Если оба будут молчать, то отсидят по 6 месяцев. Если оба предадут друг друга, то каждый получит по 2 года. Каждый из заключенных должен принять решение: предать подельника или молчать, не зная о том, какое решение принял другой. Дилемма: какое решение примут заключенные?

Платежная матрица игры:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| — | **Заключенный B молчит** | **Заключенный B предает** |
| **Заключенный A молчит** | Оба осуждены на 6 месяцев | Заключенного А осуждают на 10 лет Заключенный В выходит на свободу |
| **Заключенный A предает** | Заключенный A выходит на свободу Заключенного B осуждают на 10 лет | Оба осуждены на 2 года |

В данном случае, результат базируется на решении каждого из заключенных. Положение игроков осложняется тем, что они не знают о том, какое решение принял другой, и тем, что они не доверяют друг другу.

Наилучшей стратегией игроков будет кооперация, при которой оба молчат, и получают максимальный выигрыш (меньший срок), каждое другое решение будет менее выигрышным.

Проанализируем «дилемму заключенного», перейдя для наглядности к платежной матрице канонического вида:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **—** | **Кооперация** | **Отказ от кооперации** |
| **Кооперация** | 3, 3 | 0, 5 |
| **Отказ от кооперации** | 5, 0 | 1, 1 |

Согласно этой матрице, цена взаимного отказа от кооперации (S) составляет по 1 баллу для каждого из игроков, цена за кооперацию (R) — по 3 балла, а цена соблазна предать другого (T) составляет 5 баллов. Можем записать следующее неравенство: T > R > S. При повторении игры несколько раз, выбор кооперации превосходит соблазн предать и получить максимальный выигрыш: 2 R > T + S.

#### Равновесие по Нэшу.

Равновесие по Нэшу — это ситуация, когда ни у одного игрока нет стимулов изменять свою стратегию при данной стратегии другого игрока (другой фирмы), позволяющая игрокам достичь компромиссного решения.

Определение равновесия по Нэшу и его существование определяется следующим образом.

Пусть (S, f) — это игра, в которой S — множество стратегий, f — множество выигрышей. Когда каждый из игроков i ∈ {1, ..., n} выбирает стратегию xi &isin S, где x = (x1, ..., xn), тогда игрок i получает выигрыш fi(x). Выигрыш зависит от стратегии, выбранной всеми игроками. Стратегия x\* ∈ S является равновесием по Нэшу, если никакое отклонение от нее каким-то одним игроком не приносит ему прибыль, то есть, для всех i выполняется следующее неравенство:

fi(x\*) ≥ fi(xi, x\*-i)

Например, игра «дилемма заключенного» имеет одно равновесие по Нэшу — ситуацию, когда оба заключенных предают друг друга.

Проще всего определить равновесие по Нэшу можно по платежной матрице, особенно в случаях, когда в игре участвуют два игрока, имеющие в арсенале более двух стратегий. Так как в этом случае формальный анализ будет достаточно сложным, применяется мнемоническое правило, которое заключается в следующем: ячейка платежной матрицы представляет собой равновесие по Нэшу, если первое число, стоящее в ней, является максимальным среди всех значений, представленных в столбцах, а второе число, стоящее в ячейке — максимальное число среди всех строк.

Например, применим это правило для матрицы 3x3:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** | **C** |
| **A** | 0, 0 | **25, 40** | 5, 10 |
| **B** | **40, 25** | 0, 0 | 5, 15 |
| **C** | 10, 5 | 15, 5 | **10, 10** |

Точки равновесия по Нэшу: (B,A), (A,B) и (C,C). Indeed, for cell (B,A), так как 40 — максимальное значение в первом столбце, 25 максимальное значение во втором ряду. Для ячейки (A,B) 25 — это максимальное значение во втором столбце, 40 — максимальное значение во втором ряду. То же самое и для ячейки (C,C).

Рассмотрим пример игры в загрязнения (окружающей среды). Здесь объектом нашего внимания станет такой вид побочных эффектов производства, как загрязнение. Если бы фирмы никогда и никого не спрашивали о том, как им поступить, любая из них скорее предпочла бы создавать загрязнения, чем устанавливать дорогостоящие очистители. Если же какая-нибудь фирма решилась бы уменьшить вредные выбросы, то издержки, а, следовательно, и цены на ее продукцию, возросли бы, а спрос бы упал. Вполне возможно, эта фирма просто обанкротилась бы. Живущие в жестоком мире естественного отбора, фирмы скорее предпочтут оставаться в условиях равновесия по Нэшу (ячейка D), при котором не нужно расходовать средства на очистные сооружения и технологии. Ни одной фирме не удастся повысить прибыль, уменьшая загрязнение.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Фирма 1** | |
| **Фирма 2** | **Низкий уровень загрязнения** | **Высокий уровень загрязнения** |
| **Низкий уровень загрязнения** | А 100,100 | В -30,120 |
| **Высокий уровень загрязнения** | С 120,-30 | **D 100,100** |

Таблица — Платежная матрица игры в загрязнение окружающей среды.

Вступив в экономическую игру, каждая неконтролируемая государством и максимизирующая прибыль сталелитейная фирма будет производить загрязнения воды и воздуха. Если какая-либо фирма попытается очищать свои выбросы, то тем самым она будет вынуждена повысить цены и потерпеть убытки. Некооперативное поведение установит равновесие по Нэшу в условиях высоких выбросов. Правительство может предпринять меры с тем, чтобы равновесие переместилось в ячейку А. В этом положении загрязнение будет незначительным, прибыли же останутся теми же.

Игры загрязнения — один из случаев того, как механизм действия «невидимой руки» не срабатывает. Это ситуация, когда равновесие по Нэшу неэффективно. Иногда подобные неконтролируемые игры становятся угрожающими, и здесь может вмешаться правительство. Установив систему штрафов и квот на выбросы, правительство может побудить фирмы выбрать исход А, соответствующий низкому уровню загрязнения. Фирмы зарабатывают ровно столько же, сколько и прежде, при больших выбросах, мир же становится несколько чище.

#### Пример решения матричной игры в чистых стратегиях

Рассмотрим пример решения матричной игры в чистых стратегиях, в условиях реальной экономики, в ситуации борьбы двух предприятий за рынок продукции региона.

#### Задача.

Два предприятия производят продукцию и поставляют ее на рынок региона. Они являются единственными поставщиками продукции в регион, поэтому полностью определяют рынок данной продукции в регионе.

Каждое из предприятий имеет возможность производить продукцию с применением одной из трех различных технологий. В зависимости от экологичности технологического процесса и качества продукции, произведенной по каждой технологии, предприятия могут установить цену единицы продукции на уровне 10, 6 и 2 денежных единиц соответственно. При этом предприятия имеют различные затраты на производство единицы продукции.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Технология** | **Цена реализации единицы продукции, д.е.** | **Полная себестоимость единицы продукции, д.е.** | |
| **Предприятие 1** | **Предприятие 2** |
| I | 10 | 5 | 8 |
| II | 6 | 3 | 4 |
| III | 2 | 1 | 1 |

Таблица — Затраты на единицу продукции, произведенной на предприятиях региона (д.е.).

В результате маркетингового исследования рынка продукции региона была определена функция спроса на продукцию:

Y = 6 - 0.5⋅X,

где Y — количество продукции, которое приобретет население региона (тыс. ед.), а X — средняя цена продукции предприятий, д.е.

Данные о спросе на продукцию в зависимости от цен реализации приведены в таблице:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Цена реализации 1 ед. продукции, д.е.** | | **Средняя цена реализации 1 ед. продукции, д.е.** | **Спрос на продукцию, тыс. ед.** |
| **Предприятие 1** | **Предприятие 2** |
| 10 | 10 | 10 | 1 |
| 10 | 6 | 8 | 2 |
| 10 | 2 | 6 | 3 |
| 6 | 10 | 8 | 2 |
| 6 | 6 | 6 | 3 |
| 6 | 2 | 4 | 4 |
| 2 | 10 | 6 | 3 |
| 2 | 6 | 4 | 4 |
| 2 | 2 | 2 | 5 |

Таблица — Спрос на продукцию в регионе, тыс. ед.

Значения Долей продукции предприятия 1, приобретенной населением, зависят от соотношения цен на продукцию предприятия 1 и предприятия В результате маркетингового исследования эта зависимость установлена и значения вычислены:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Цена реализации 1 ед. продукции, д.е.** | | **Доля продукции предприятия 1, купленной населением** |
| **Предприятие 1** | **Предприятие 2** |
| 10 | 10 | 0,31 |
| 10 | 6 | 0,33 |
| 10 | 2 | 0,18 |
| 6 | 10 | 0,7 |
| 6 | 6 | 0,3 |
| 6 | 2 | 0,2 |
| 2 | 10 | 0,92 |
| 2 | 6 | 0,85 |
| 2 | 2 | 0,72 |

Таблица — Доля продукции предприятия 1, приобретаемой населением в зависимости от соотношения цен на продукцию

По условию задачи на рынке региона действует только 2 предприятия. Поэтому долю продукции второго предприятия, приобретенной населением, в зависимости от соотношения цен на продукцию можно определить как единица минус доля первого предприятия.

Стратегиями предприятий в данной задаче являются их решения относительно технологий производства продукции. Эти решения определяют себестоимость и цену реализации единицы продукции. В задаче необходимо определить:

1. Существует ли в данной задаче ситуация равновесия при выборе технологий производства продукции обоими предприятиями?
2. Существуют ли технологии, которые предприятия заведомо не будут выбирать вследствие невыгодности?
3. Сколько продукции будет реализовано в ситуации равновесия? Какое предприятие окажется в выигрышном положении?

#### Решение задачи

1. Определим экономический смысл коэффициентов выигрышей в платежной матрице задачи. Каждое предприятие стремится к максимизации прибыли от производства продукции. Но кроме того, в данном случае предприятия ведут борьбу за рынок продукции в регионе. При этом выигрыш одного предприятия означает проигрыш другого. Такая задача может быть сведена к матричной игре с нулевой суммой. При этом коэффициентами выигрышей будут значения разницы прибыли предприятия 1 и предприятия 2 от производства продукции. В случае, если эта разница положительна, выигрывает предприятие 1, а в случае, если она отрицательна — предприятие 2.
2. Рассчитаем коэффициенты выигрышей платежной матрицы. Для этого необходимо определить значения прибыли предприятия 1 и предприятия 2 от производства продукции.

Прибыль предприятия в данной задаче зависит:

* от цены и себестоимости продукции;
* от количества продукции, приобретаемой населением региона;
* от доли продукции, приобретенной населением у предприятия.

Таким образом, значения разницы прибыли предприятий, соответствующие коэффициентам платежной матрицы, необходимо определить по формуле:

D = p⋅(S⋅R1 - S⋅C1) - (1 - p)⋅(S⋅R2 - S⋅C2),

где D — значение разницы прибыли от производства продукции предприятия 1 и предприятия

p — доля продукции предприятия 1, приобретаемой населением региона;

S — количество продукции, приобретаемой населением региона;

R1 и R2 — цены реализации единицы продукции предприятиями 1 и

C1 и C2 — полная себестоимость единицы продукции, произведенной на предприятиях 1 и

Вычислим один из коэффициентов платежной матрицы.

Пусть, например, предприятие 1 принимает решение о производстве продукции в соответствии с технологией III, а предприятие 2 — в соответствии с технологией II. Тогда цена реализации единицы. продукции для предприятия 1 составит 2 д.е. при себестоимости единицы. продукции 1,5 д.е. Для предприятия 2 цена реализации единицы. продукции составит 6 д.е. при себестоимости 4 д.е..

Количество продукции, которое население региона приобретет при средней цене 4 д.е., равно 4 тыс. ед. (таблица 1). Доля продукции, которую население приобретет у предприятия 1, составит 0,85, а у предприятия 2 — 0,15 (табл. 1.3). Вычислим коэффициент платежной матрицы a32 по формуле:

a32 = 0,85⋅(4⋅2 - 4×1,5) - 0,15⋅(4⋅6 - 4⋅4) = 0,5 тыс. ед.

где i=3 — номер технологии первого предприятия, а j=2 — номер технологии второго предприятия.

Аналогично вычислим все коэффициенты платежной матрицы. В платежной матрице стратегии A1 — A3– представляют собой решения о технологиях производства продукции предприятием 1, стратегии B1– B3 — решения о технологиях производства продукции предприятием 2, коэффициенты выигрышей — разницу прибыли предприятия 1 и предприятия

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **Minj** |
| **A1** | 0,17 | 0,62 | 0,24 | 0,17 |
| **A2** | 0,3 | -1,5 | -0,8 | -1 |
| **A3** | 0,9 | 0,5 | **0,4** | 0,4 |
| **Maxi** | 3 | 0,62 | 0,4 |  |

Таблица — Платежная матрица в игре «Борьба двух предприятий».

В данной матрице нет ни доминируемых, ни дублирующих стратегий. Это значит, что для обоих предприятий нет заведомо невыгодных технологий производства продукции. Определим минимальные элементы строк матрицы. Для предприятия 1 каждый из этих элементов имеет значение минимально гарантированного выигрыша при выборе соответствующей стратегии. Минимальные элементы матрицы по строкам имеют значения: 0,17, -1,5, 0,4.

Определим максимальные элементы столбцов матрицы. Для предприятия 2 каждый из этих элементов также имеет значение минимально гарантированного выигрыша при выборе соответствующей стратегии. Максимальные элементы матрицы по столбцам имеют значения: 3, 0,62, 0,4.

Нижняя цена игры в матрице равна 0,4. Верхняя цена игры также равна 0,4. Таким образом, нижняя и верхняя цена игры в матрице совпадают. Это значит, что имеется технология производства продукции, которая является оптимальной для обоих предприятий в условиях данной задачи. Эта технология III, которая соответствует стратегиям A3 предприятия 1 и B3 предприятия Стратегии A3 и B3 — чистые оптимальные стратегии в данной задаче.

Значение разницы прибыли предприятия 1 и предприятия 2 при выборе чистой оптимальной стратегии положительно. Это означает, что предприятие 1 выиграет в данной игре. Выигрыш предприятия 1 составит 0,4 тыс. д.е. При этом на рынке будет реализовано 5 тыс. ед. продукции (реализация равна спросу на продукцию, таблица 1).. Оба предприятия установят цену за единицу продукции в 2 д.е. При этом для первого предприятия полная себестоимость единицы продукции составит 1,5 д.е., а для второго — 1 д.е. Предприятие 1 окажется в выигрыше лишь за счет высокой доли продукции, которую приобретет у него население.

#### Критерии принятия решения

ЛПР определяет наиболее выгодную стратегию в зависимости от целевой установки, которую он реализует в процессе решения задачи. Результат решения задачи ЛПР определяет по одному из критериев принятия решения. Для того, чтобы прийти к однозначному и по возможности наиболее выгодному варианту решению, необходимо ввести оценочную (целевую) функцию. При этом каждой стратегии ЛПР (Ai) приписывается некоторый результат Wi, характеризующий все последствия этого решения. Из массива результатов принятия решений ЛПР выбирает элемент W, который наилучшим образом отражает мотивацию его поведения.

В зависимости от условий внешней среды и степени информативности ЛПР производится следующая классификация задач принятия решений:

* в условиях риска;
* в условиях неопределенности;
* в условиях конфликта или противодействия (активного противника).

#### Принятие решений в условиях риска.

#### 1. Критерий ожидаемого значения.

Использование критерия ожидаемого значения обусловлено стремлением максимизировать ожидаемую прибыль (или минимизировать ожидаемые затраты). Использование ожидаемых величин предполагает возможность многократного решения одной и той же задачи, пока не будут получены достаточно точные расчетные формулы. Математически это выглядит так: пусть Х — случайная величина с математическим ожиданием MX и дисперсией DX. Если x1, x2, ..., xn — значения случайной величины (с.в.) X, то среднее арифметическое их (выборочное среднее) значений x^=(x1+x2+...+xn)/n имеет дисперсию DX/n. Таким образом, когда n→∞ DX/n→∞ и X→MX.

Другими словами при достаточно большом объеме выборки разница между средним арифметическим и математическим ожиданием стремится к нулю (так называемая предельная теорема теории вероятности). Следовательно, использование критерия ожидаемое значение справедливо только в случае, когда одно и тоже решение приходится применять достаточно большое число раз. Верно и обратное: ориентация на ожидания будет приводить к неверным результатам, для решений, которые приходится принимать небольшое число раз.

Пример 1. Требуется принять решение о том, когда необходимо проводить профилактический ремонт ПЭВМ, чтобы минимизировать потери из-за неисправности. В случае если ремонт будет производится слишком часто, затраты на обслуживание будут большими при малых потерях из-за случайных поломок.

Так как невозможно предсказать заранее, когда возникнет неисправность, необходимо найти вероятность того, что ПЭВМ выйдет из строя в период времени t. В этом и состоит элемент »риска».

Математически это выглядит так: ПЭВМ ремонтируется индивидуально, если она остановилась из-за поломки. Через T интервалов времени выполняется профилактический ремонт всех n ПЭВМ. Необходимо определить оптимальное значение m, при котором минимизируются общие затраты на ремонт неисправных ПЭВМ и проведение профилактического ремонта в расчете на один интервал времени.

Пусть рt — вероятность выхода из строя одной ПЭВМ в момент t, а nt — случайная величина, равная числу всех вышедших из строя ПЭВМ в тот же момент. Пусть далее С1 – затраты на ремонт неисправной ПЭВМ и С2 — затраты на профилактический ремонт одной машины.

Применение критерия ожидаемого значения в данном случае оправдано, если ПЭВМ работают в течение большого периода времени. При этом ожидаемые затраты на один интервал составят

ОЗ = (C1∑M(nt)+C1n)/T,

где M(nt) — математическое ожидание числа вышедших из строя ПЭВМ в момент t. Так как nt имеет биномиальное распределение с параметрами (n, pt), то M(nt) = npt . Таким образом

ОЗ = n(C1∑pt+C2)/T.

Необходимые условия оптимальности T\* имеют вид:

ОЗ (T\*-1) ≥ ОЗ (T\*),

ОЗ (T\*+1) ≥ ОЗ (T\*).

Следовательно, начиная с малого значения T, вычисляют ОЗ(

T), пока не будут удовлетворены необходимые условия оптимальности.

Пусть С1 = 100; С2 = 10; n = 50. Значенияpt имеют вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **T** | **рt** | **∑рt** | **ОЗ(Т)** |
| 1 | 0.05 | 0 | 50(100⋅0+10)/1=500 |
| 2 | 0.07 | 0.05 | 375 |
| 3 | 0.10 | 0.12 | **366.7** |
| 4 | 0.13 | 02 | 400 |
| 5 | 0.18 | 0.35 | 450 |

T\*→3, ОЗ(Т\*)→366.7

Следовательно профилактический ремонт необходимо делать через T\*=3 интервала времени.

#### Критерий «ожидаемое значение — дисперсия».

Критерий ожидаемого значения можно модифицировать так, что его можно будет применить и для редко повторяющихся ситуаций.

Если х — с. в. с дисперсией DX, то среднее арифметическое x^ имеет дисперсию DX/n, где n — число слагаемых в x^. Следовательно, если DX уменьшается, и вероятность того, что x^ близко к MX, увеличивается. Следовательно, целесообразно ввести критерий, в котором максимизация ожидаемого значения прибыли сочетается с минимизацией ее дисперсии.

Пример 2. Применим критерий «ожидаемое значение — дисперсия» для примера 1. Для этого необходимо найти дисперсию затрат за один интервал времени, т.е. дисперсию

зТ=(C1∑nt+C2n)/T

Т.к. nt, t = {1, T-1} — с.в., то зТтакже с.в. С.в. ntимеет биномиальное распределение с M(nt) = nptи D(nt) = npt(1–pt). Следовательно,

D(зТ) = D((C1∑nt+C2n)/T) = (C1/T)2 D(∑nt) =

= (C1/T)2 ∑Dnt = (C1/T)2 ∑npt(1-pt) = (C1/T)2 {∑pt - ∑pt2},

где С2n = const.

Из примера 1 следует, что

М(зТ) = М(з(Т)).

Следовательно искомым критерием будет минимум выражения

М(з(Т)) + к D(зТ).

Замечание. Константу «к» можно рассматривать как уровень не склонности к риску, т.к. «к» определяет «степень возможности» дисперсии Д(зТ) по отношению к математическому ожиданию. Например, если предприниматель, особенно остро реагирует на большие отрицательные отклонения прибыли вниз от М(з(Т)), то он может выбрать «к» много больше 1. Это придает больший вес дисперсии и приводит к решению, уменьшающему вероятность больших потерь прибыли.

При к=1 получаем задачу

M(з(T))+D(з(T)) = n { (C1/T+C12/T2)∑pt - C12/T2∑pt2 + C2/T }

По данным из примера 1 можно составить следующую таблицу

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **T** | **pt** | **pt2** | **∑pt** | **∑pt2** | **М(з(Т))+D(з(Т))** |
| 1 | 0,05 | 0,0025 | 0 | 0 | 500.00 |
| 2 | 0,07 | 0,0049 | 0,05 | 0,0025 | 6312,50 |
| 3 | 0,10 | 0,0100 | 0,12 | 0,0074 | 6622,22 |
| 4 | 0,13 | 0,0169 | 0,2 | 0,0174 | 6731,25 |
| 5 | 0,18 | 0,0324 | 0,35 | 0,0343 | 6764,00 |

Из таблицы видно, что профилактический ремонт необходимо делать в течение каждого интервала Т\*=1.

#### 3. Критерий предельного уровня

Критерий предельного уровня не дает оптимального решения, максимизирующего, например, прибыль или минимизирующего затраты. Скорее он соответствует определению приемлемого способа действий.

Пример 3. Предположим, что величина спроса x в единицу времени (интенсивность спроса) на некоторый товар задается непрерывной функцией распределения f(x). Если запасы в начальный момент невелики, в дальнейшем возможен дефицит товара. В противном случае к концу рассматриваемого периода запасы нереализованного товара могут оказаться очень большими. В обоих случаях возможны потери.

Т.к. определить потери от дефицита очень трудно, ЛПР может установить необходимый уровень запасов таким образом, чтобы величина ожидаемого дефицита не превышала A1 единиц, а величина ожидаемых излишков не превышала A2 единиц. Иными словами, пусть I — искомый уровень запасов. Тогда

ожидаемый дефицит = ∫(x-I)f(x)dx ≤ A1,

ожидаемые излишки = ∫(I-x)f(x)dx ≤ A2.

При произвольном выборе A1 и A2 указанные условия могут оказаться противоречивыми. В этом случае необходимо ослабить одно из ограничений, чтобы обеспечить допустимость.

Пусть, например,

f(x) = 20/x2, 10≤x≤20,

f(x) = 0, x≤10 и x≥20.

Тогда

∫(x-I)f(x)dx = ∫(x-I)(20/x2)dx = 20(ln(20/I) + I/20 – 1)

∫(I-x)f(x)dx = ∫(I-x)(20/x2)dx = 20(ln(10/I) + I/10 – 1)

Применение критерия предельного уровня приводит к неравенствам

ln(I) - I/20 ≥ ln(20) – A1/20 – 1 = 1,996 - A1/20

ln(I) - I/10 ≥ ln(10) – A2/20 – 1 = 1,302 - A2/20

Предельные значения A1 и A2 должны быть выбраны так, что бы оба неравенства выполнялись хотя бы для одного значения I.

Например, если A1 = 2 и A2 = 4, неравенства принимают вид

ln(I) - I/20 ≥ 1,896

ln(I) - I/10 ≥ 1,102

Значение I должно находиться между 10 и 20, т.к. именно в этих пределах изменяется спрос. Из таблицы видно, что оба условия выполняются для I, из интервала (13,17)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **I** | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| **ln(I) - I/20** | 1,8 | 1,84 | 1,88 | 1,91 | 1,94 | 1,96 | 1,97 | 1,98 | 1,99 | 1,99 | 1,99 |
| **ln(I) - I/10** | 1,3 | 19 | 18 | 16 | 14 | 11 | 1,17 | 1,13 | 1,09 | 1,04 | 0,99 |

Любое из этих значений удовлетворяет условиям задачи.

#### Принятие решений в условиях неопределенности

Будем предполагать, что лицу, принимающему решение не противостоит разумный противник.

Данные, необходимо для принятия решения в условии неопределенности, обычно задаются в форме матрицы, строки которой соответствуют возможным действиям, а столбцы — возможным состояниям системы.

Пусть, например, из некоторого материала требуется изготовить изделие, долговечность которого при допустимых затратах невозможно определить. Нагрузки считаются известными. Требуется решить, какие размеры должно иметь изделие из данного материала.

Варианты решения таковы:

Е1 — выбор размеров из соображений максимальной долговечности ;

Еm — выбор размеров из соображений минимальной долговечности ;

Ei — промежуточные решения.

Условия требующие рассмотрения таковы:

F1 — условия, обеспечивающие максимальной долговечность;

Fn — условия, обеспечивающие min долговечность;

Fi — промежуточные условия.

Под результатом решения eij = е(Ei ; Fj) здесь можно понимать оценку, соответствующую варианту Ei и условиям Fj и характеризующие прибыль, полезность или надежность. Обычно мы будем называть такой результат полезностью решения.

Тогда семейство (матрица) решений ||eij|| имеет вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **F1** | **F2** | **...** | **Fn** |
| **E1** | e11 | e12 | ... | e1n |
| **E2** | e21 | e22 | ... | e2n |
| **...** | ... | ... | ... | ... |
| **Em** | em1 | em2 | ... | emn |

Чтобы прийти к однозначному и по возможности наивыгоднейшему варианту решению необходимо ввести оценочную (целевую) функцию. При этом матрица решений ||eij|| сводится к одному столбцу. Каждому варианту Ei приписывается, т.о., некоторый результат eir, характеризующий, в целом, все последствия этого решения. Такой результат мы будем в дальнейшем обозначать тем же символом eir.

#### Классические критерии принятия решений

#### 1. Минимаксный критерий.

Правило выбора решения в соответствии с минимаксным критерием (ММ-критерием) можно интерпретировать следующим образом:

матрица решений дополняется еще одним столбцом из наименьших результатов eir каждой строки. Необходимо выбрать те варианты в строках которых стоят наибольшее значение eir этого столбца.

Выбранные т.о. варианты полностью исключают риск. Это означает, что принимающий решение не может столкнуться с худшим результатом, чем тот, на который он ориентируется. Это свойство позволяет считать ММ-критерий одним из фундаментальных.

Применение ММ-критерия бывает оправдано, если ситуация, в которой принимается решение следующая:

1. О возможности появления внешних состояний Fjничего не известно;
2. Приходится считаться с появлением различных внешних состояний Fj;
3. Решение реализуется только один раз;
4. Необходимо исключить какой бы то ни было риск.

#### 2. Критерий Байеса—Лапласа.

Обозначим через qi — вероятность появления внешнего состояния Fj.

Соответствующее правило выбора можно интерпретировать следующим образом:

матрица решений дополняется еще одним столбцом содержащим математическое ожидание значений каждой из строк. Выбираются те варианты, в строках которых стоит наибольшее значение eir этого столбца.

При этом предполагается, что ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

1. Вероятности появления состояния Fj известны и не зависят от времени.
2. Решение реализуется (теоретически) бесконечно много раз.
3. Для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск.

При достаточно большом количестве реализаций среднее значение постепенно стабилизируется. Поэтому при полной (бесконечной) реализации какой-либо риск практически исключен.

Т.о. критерий Байеса-Лапласа (B-L-критерий) более оптимистичен, чем минимаксный критерий, однако он предполагает большую информированность и достаточно длительную реализацию.

#### 3. Критерий Сэвиджа.

aij:= maxi(eij) - eij

eir:= maxi(aij) = maxj(maxi(eij) - eij)

Величину aij можно трактовать как максимальный дополнительный выигрыш, который достигается, если в состоянии Fj вместо варианта Eiвыбирать другой, оптимальный для этого внешнего состояния вариант. Величину aij можно интерпретировать и как потери (штрафы) возникающие в состоянии Fj при замене оптимального для него варианта на вариант Ei. В последнем случае eir представляет собой максимально возможные (по всем внешним состояниям Fj , j = {1,n}) потери в случае выбора варианта Ei.

Соответствующее критерию Сэвиджа правило выбора теперь трактуется так:

1. Каждый элемент матрицы решений ||eij|| вычитается из наибольшего результата max(eij) соответствующего столбца.
2. Разности aij образуют матрицу остатков ||eij||. Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей eir. Выбирают те варианты, в строках которых стоит наименьшее для этого столбца значение.

Требования, предъявляемые к ситуации, в которой принимается решение, совпадают с требованием к ММ-критерию.

#### 4. Пример и выводы.

Из требований, предъявляемых к рассмотренным критериям становится ясно, что в следствии их жестких исходных позиций они применимы только для идеализированных практических решений. В случае, когда возможна слишком сильная идеализация, можно применять одновременно поочередно различные критерии. После этого среди нескольких вариантов ЛПР волевым методом выбирает окончательное решение. Такой подход позволяет, во-первых, лучше проникнуть во все внутренние связи проблемы принятия решений и, во-вторых, ослабляет влияние субъективного фактора.

Пример. При работе ЭВМ необходимо периодически приостанавливать обработку информации и проверять ЭВМ на наличие в ней вирусов. Приостановка в обработке информации приводит к определенным экономическим издержкам. В случае же если вирус вовремя обнаружен не будет, возможна потеря и некоторой части информации, что приведет и еще к большим убыткам.

Варианты решения таковы:

Е1 — полная проверка;

Е2 — минимальная проверка;

Е3 — отказ от проверки.

ЭВМ может находиться в следующих состояниях:

F1 — вирус отсутствует;

F2 — вирус есть, но он не успел повредить информацию;

F3 — есть файлы, нуждающиеся в восстановлении.

Результаты, включающие затраты на поиск вируса и его ликвидацию, а также затраты, связанные с восстановлением информации имеют вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **F1** | **F2** | **F3** | **ММ-критерий** | | **критерий B-L** | |
| **eir = minj(eij)** | **maxi(eir)** | **eir = ∑eij** | **maxi(eir)** |
| **E1** | -20,0 | -20 | -25,0 | -25,0 | **-25,0** | -22,33 |  |
| **E2** | -14,0 | -23,0 | -31,0 | -31,0 |  | -22,67 |  |
| **E3** | 0 | -24.0 | -40.0 | -40.0 |  | -21.33 | **-21.33** |

Согласно ММ-критерию следует проводить полную проверку. Критерий Байеса-Лапласа, в предположении, что все состояния машины равновероятны.

P(Fj) = qj = 0,33,

рекомендуется отказаться от проверки. Матрица остатков для этого примера и их оценка (в тысячах) согласно критерию Сэвиджа имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **F1** | **F2** | **F3** | **Критерий Сэвиджа** | |
| **eir = minj(aij)** | **minj(eir)** |
| **E1** | +20,0 | 0 | 0 | +20,0 |  |
| **E2** | +14,0 | +1,0 | +6,0 | +14,0 | **+14,0** |
| **E3** | 0 | +2,0 | +15,0 | +15,0 |  |

Пример специально подобран так, что каждый критерий предлагает новое решение. Неопределенность состояния, в котором проверка застает ЭВМ, превращается в неясность, какому критерию следовать.

Поскольку различные критерии связаны с различными условиями, в которых принимается решение, лучшее всего для сравнительной оценки рекомендации тех или иных критериев получить дополнительную информацию о самой ситуации. В частности, если принимаемое решение относится к сотням машин с одинаковыми параметрами, то рекомендуется применять критерий Байеса-Лапласа. Если же число машин не велико, лучше пользоваться критериями минимакса или Севиджа.

#### Производные критерии.

#### 1. Критерий Гурвица.

Стараясь занять наиболее уравновешенную позицию, Гурвиц предположил оценочную функцию, которая находится где-то между точкой зрения крайнего оптимизма и крайнего пессимизма:

maxi(eir) = { C⋅minj(eij) + (1-C)⋅maxj(eij) },

где С — весовой множитель.

Правило выбора согласно критерию Гурвица, формируется следующим образом:

матрица решений ||eij|| дополняется столбцом, содержащим среднее взвешенное наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки. Выбираются только те варианты, в строках которых стоят наибольшие элементыe eirэтого столбца.

При С=1 критерий Гурвица превращается в ММ-критерий. При С = 0 он превращается в критерий «азартного игрока»

maxi(eir) = maxi(maxj(eij)),

т.е. мы становимся на точку зрения азартного игрока, делающего ставку на то, что «выпадет» наивыгоднейший случай.

В технических приложениях сложно выбрать весовой множитель С, т.к. трудно найти количественную характеристику для тех долей оптимизма и пессимизма, которые присутствуют при принятии решения. Поэтому чаще всего С:=1/2.

Критерий Гурвица применяется в случае, когда:

1. о вероятностях появления состояния Fj ничего не известно;
2. с появлением состояния Fj необходимо считаться;
3. реализуется только малое количество решений;
4. допускается некоторый риск.

#### 2. Критерий Ходжа–Лемана.

Этот критерий опирается одновременно на ММ-критерий и критерий Баеса-Лапласа. С помощью параметра n выражается степень доверия к используемому распределений вероятностей. Если доверие велико, то доминирует критерий Баеса-Лапласа, в противном случае — ММ-критерий, т.е. мы ищем

maxi(eir) = maxi{v⋅∑eij⋅qi + (1-v) minj(eir)}, 0 ≤ n ≤ 1.

Правило выбора, соответствующее критерию Ходжа-Лемана формируется следующим образом:

матрица решений ||eij|| дополняется столбцом, составленным из средних взвешенных (с весом v≡const) математическое ожиданиями и наименьшего результата каждой строки (\*). Отбираются те варианты решений в строках которого стоит набольшее значение этого столбца.

При v = 1 критерий Ходжа-Лемана переходит в критерий Байеса-Лапласа, а при v = 0 становится минимаксным.

Выбор v субъективен т. к. Степень достоверности какой-либо функции распределения — дело темное.

Для применения критерия Ходжа-Лемана желательно, чтобы ситуация в которой принимается решение, удовлетворяла свойствам:

1. вероятности появления состояния Fj неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;
2. принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций;
3. при малых числах реализации допускается некоторый риск.

#### 3. Критерий Гермейера.

Этот критерий ориентирован на величину потерь, т.е. на отрицательные значения всех eij. При этом

maxi(eir) = maxi(minj(eij)qj).

Т.к. в хозяйственных задачах преимущественно имеют дело с ценами и затратами, условиеe eij<0 обычно выполняется. В случае же, когда среди величин eij встречаются и положительные значения, можно перейти к строго отрицательным значениям с помощью преобразования eij-a при подходящем образом подобранном a>0. При этом оптимальный вариант решения зависит от а.

Правило выбора согласно критерию Гермейера формулируется следующим образом:

матрица решений ||eij|| дополняется еще одним столбцом содержащим в каждой строке наименьшее произведение имеющегося в ней результата на вероятность соответствующего состояния Fj. Выбираются те варианты в строках которых находится наибольшее значениеe eij этого столбца.

В каком-то смысле критерий Гермейера обобщает ММ-критерий: в случае равномерного распределения qj = 1/n, j={1,n}, они становятся идентичными.

Условия его применимости таковы:

1. вероятности появления состояния Fj неизвестны;
2. с появлением тех или иных состояний, отдельно или в комплексе, необходимо считаться;
3. допускается некоторый риск;
4. решение может реализоваться один или несколько раз.

Если функция распределения известна не очень надежно, а числа реализации малы, то, следуя критерию Гермейера, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск.

#### 4. Объединенный критерий Байеса-Лапласа и минимакса.

Стремление получить критерии, которые бы лучше приспосабливались к имеющейся ситуации, чем все до сих пор рассмотренные, привело к построению так называемых составных критериев. В качестве примера рассмотрим критерий, полученный путем объединения критериев Байеса-Лапласа и минимакса (BL(MM)-критерий).

Правило выбора для этого критерия формулируется следующим образом:

матрица решений ||eij|| дополняется еще тремя столбцами. В первом из них записываются математические ожидания каждой из строк, во втором — разность между опорным значением

ei0j0 = maxi(maxj(eij))

и наименьшим значением

minj(eij)

соответствующей строки. В третьем столбце помещаются разности между наибольшим значением

maxj(eij)

каждой строки и наибольшим значением maxj(ei0j) той строки, в которой находится значение ei0j0. Выбираются те варианты, строки которых (при соблюдении приводимых ниже соотношений между элементами второго и третьего столбцов) дают наибольшее математическое ожидание. А именно, соответствующее значение

ei0j0 - maxj(eij)

из второго столбца должно быть или равно некоторому заранее заданному уровню риска Eдоп. Значение же из третьего столбца должно быть больше значения из второго столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими признаками ситуации, в которой принимается решение:

1. вероятности появления состояний Fj неизвестны, однако имеется некоторая априорная информация в пользу какого-либо определенного распределения;
2. необходимо считаться с появлением различных состояний как по отдельности, так и в комплексе;
3. допускается ограниченный риск;
4. принятое решение реализуется один раз или многократно.

BL(MM)-критерий хорошо приспособлен для построения практических решений прежде всего в области техники и может считаться достаточно надежным. Однако заданные границы риска Eдоп и, соответственно, оценок риска Ei не учитывает ни число применения решения, ни иную подобную информацию. Влияние субъективного фактора хотя и ослаблено, но не исключено полностью.

Условие

maxj(eij)-maxj(ei0j)≥Ei

существенно в тех случаях, когда решение реализуется только один или малое число раз. В этих условиях недостаточно ориентироваться на риск, связанный только с невыгодными внешними состояниями и средними значениями. Из-за этого, правда, можно понести некоторые потери в удачных внешних состояниях. При большом числе реализаций это условие перестает быть таким уж важным. Оно даже допускает разумные альтернативы. При этом не известно, однако, четких количественных указаний, в каких случаях это условие следовало бы опускать.

#### 5. Критерий произведений.

maxi(eir):= maxi(∏eij)

Правило выбора в этом случае формулируется так:

Матрица решений ||eij|| дополняется новым столбцом, содержащим произведения всех результатов каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых находятся наибольшие значения этого столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами:

1. вероятности появления состояния Fj неизвестны;
2. с появлением каждого из состояний Fj по отдельности необходимо считаться;
3. критерий применим и при малом числе реализаций решения;
4. некоторый риск допускается.

Критерий произведений приспособлен в первую очередь для случаев, когда все eij положительны. Если условие положительности нарушается, то следует выполнять некоторый сдвиг eij+а с некоторой константой а>|minij(eij)|. Результат при этом будет, естественно зависеть от а. На практике чаще всего

а:= |minij(eij)|+1.

Если же никакая константа не может быть признана имеющей смысл, то критерий произведений не применим.

#### Пример.

Рассмотрим тот же пример, что и ранее (см. выше).

Построение оптимального решения для матрицы решений о проверках по критерию Гурвица имеет вид (при С=0, в 103):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **||eij||** | | | **С⋅minj(eij)** | **(1-С)⋅maxj(eij)** | **eir** | **maxi(eir)** |
| -20,0 | -22,0 | -25,0 | -12,5 | -10.0 | -22,5 |  |
| -14,0 | -23.0 | -31.0 | -15,5 | -7.0 | -22,5 |  |
| 0 | -24.0 | -40.0 | -20.0 | 0 | -20.0 | **-20.0** |

В данном примере у решения имеется поворотная точка относительно весового множителя С: до С=0,57 в качестве оптимального выбирается Е3, а при больших значениях — Е1.

Применение критерия Ходжа-Лемана (q=0,33, v=0, в 103):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **∑eij⋅qj** | **minj(eij)** | **v⋅∑eij⋅qj** | **(1-v)⋅∑eij⋅qj** | **eir** | **maxi(eir)** |
| -22,33 | -25,0 | -11,17 | -12,5 | -23,67 | **-23,67** |
| -22,67 | -31,0 | -11,34 | -15,5 | -26,84 |  |
| -21,33 | -40,0 | -10,67 | -20,0 | -30,76 |  |

Критерий Ходжа-Лемана рекомендует вариант Е1 (полная проверка) — так же как и ММ-критерий. Смена рекомендуемого варианта происходит только при v=0,94. Поэтому равномерное распределение состояний рассматриваемой машины должно распознаваться с очень высокой вероятностью, чтобы его можно было выбрать по большему математическому ожиданию. При этом число реализаций решения всегда остается произвольным.

Критерий Гермейера при qj = 0.33 дает следующий результат (в 103):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **||eij||** | | | **||eijqj||** | | | **eir = minj(eijqj)** | **maxi(eir)** |
| -20,0 | -22,0 | -25,0 | -6,67 | -7,33 | -8,33 | -8,33 | **-8,33** |
| -14,0 | -23,0 | -31,.0 | -4,67 | -7,67 | -10,33 | -10,33 |  |
| 0 | -24,0 | -40,0 | 0 | -8,0 | -13,33 | -13,33 |  |

В качестве оптимального выбирается вариант Е1. Сравнение вариантов с помощью величинe eirпоказывает, что способ действия критерия Гермейера является даже более гибким, чем у ММ-критерия.

В таблице, приведенной ниже, решение выбирается в соответствии с BL(MM)-критерием при q1=q2=q3=1/2 (данные в 103).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **||eij||** | | | **∑eijqj** | **ei0j0 - minj(eij)** | **maxj(eij)** | **maxj(eij) - maxj(ei0j)** |
| -20,0 | -22,0 | -25,0 | -23,33 | 0 | -20,0 | 0 |
| -14,0 | -23,0 | -31,0 | -22,67 | +6,0 | -14,0 | +6,0 |
| 0 | -24,0 | -40,0 | -21,33 | +15,0 | 0 | +20,0 |

Вариант Е3 (отказ от проверки) принимается этим критерием только тогда, когда риск приближается к Eвозм = 15⋅103. В противном случае оптимальным оказывается Е1. Во многих технических и хозяйственных задачах допустимый риск бывает намного ниже, составляя обычно только незначительный процент от общих затрат. В подобных случаях бывает особенно ценно, если неточное значение распределения вероятностей сказывается не очень сильно. Если при этом оказывается невозможным установить допустимый риск Eдоп заранее, не зависимо от принимаемого решения, то помочь может вычисление ожидаемого риска Eвозм. Тогда становится возможным подумать, оправдан ли подобный риск. Такое исследование обычно дается легче.

Результаты применения критерия произведения при а = 41⋅103 и а = 200⋅103 имеют вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **||eij + a||** | | | **eir = ∏jeij** | **maxieir** |
| 41 | +21 | +19 | +16 | 6384 | **6384** |
| +27 | +18 | +10 | 4860 |  |
| +41 | +17 | +1 | 697 |  |
| 200 | +180 | +178 | +175 | 5607 |  |
| +186 | +177 | +169 | 5563 |  |
| +200 | +176 | +160 | 5632 | **5632** |

Условие eij > 0 для данной матрицы не выполнимо. Поэтому к элементам матрицы добавляется (по внешнему произволу) сначала а = 41⋅103, а затем а = 200⋅103.

Для а = 41⋅103 оптимальным оказывается вариант Е1, а для а = 200⋅103 — вариант Е3, так что зависимость оптимального варианта от а очевидна.